

活動銀河核ジェットが多波長データを用いた マルコフ連鎖モンテカルロ法による物理量推定

広島大学大学院 理学研究科 物理科学専攻
高エネルギー宇宙・可視赤外線天文学研究室
山田悠梨香

ブレイザー (Blazar)

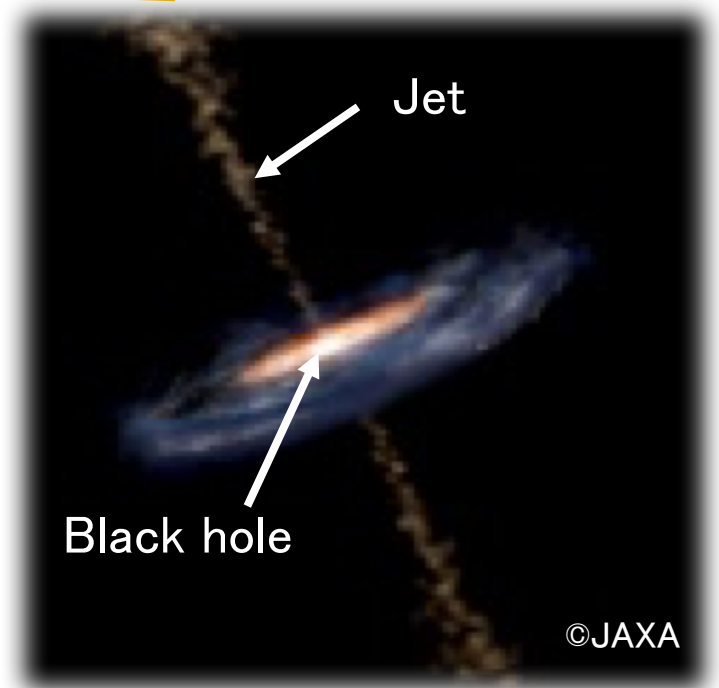
活動銀河核(AGN)の一種で、
ジェットを真正面から見ている天体

光度も他のAGNに比べて
高く、ジェットからの放射が
卓越している

ジェットの発生機構や加速機構を
探るために**ブレイザー**は適した天体

多波長研究が盛んに行われており、**エネルギースペクトル(Spectral Energy Distribution; SED)**をモデル化することで、磁場や電子のエネルギー分布などのジェット放射領域の物理量を調べることができる

ブレイザー



The purpose of this study

2/10

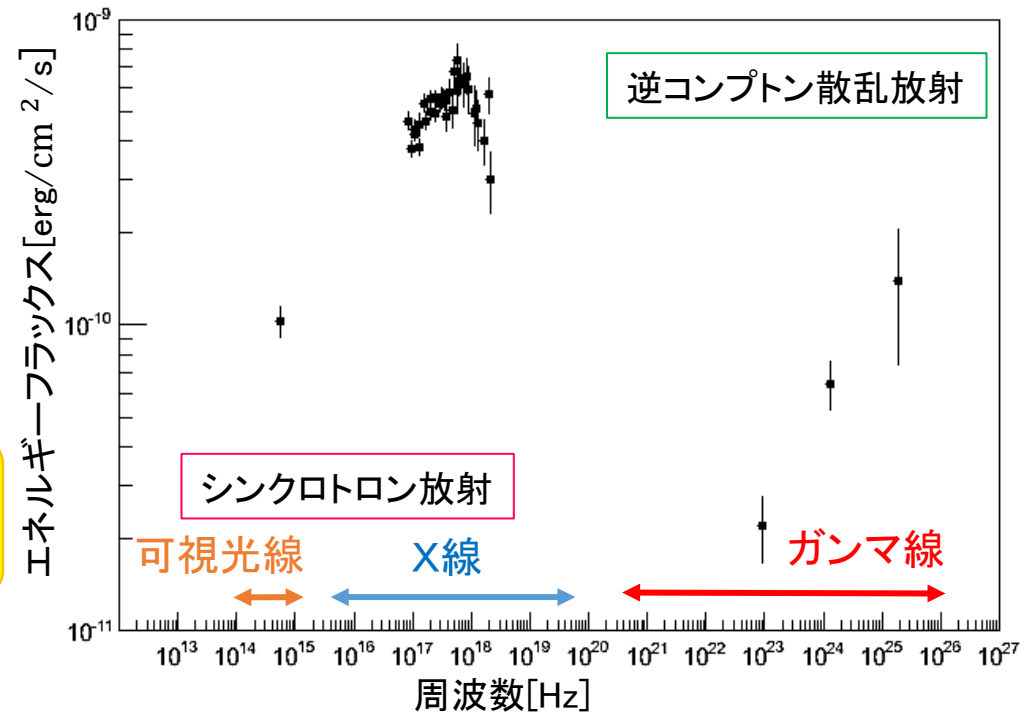
ジェットのモデルパラメータは7~9つあるが、パラメータ間の相関が強いため全ては独立で決まらない。
従来はいくつかのパラメータを**固定**し、他のパラメータを推定することが多かった。

推定値の不定性まで含めて客観的にパラメータを推定する手法が必要



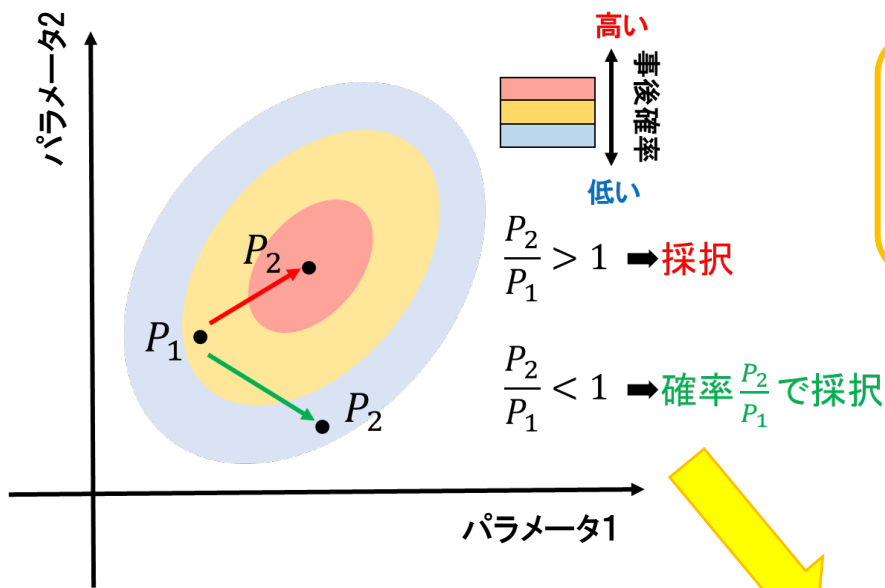
本研究の目的

マルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)によるジェットの物理量推定法を開発し、最適解とその不定性を推定する



Mrk421 のSED (MJD55252)

乱数を用いてパラメータの確率分布を推定する手法 → モデルの最適化が可能



ベイズの公式

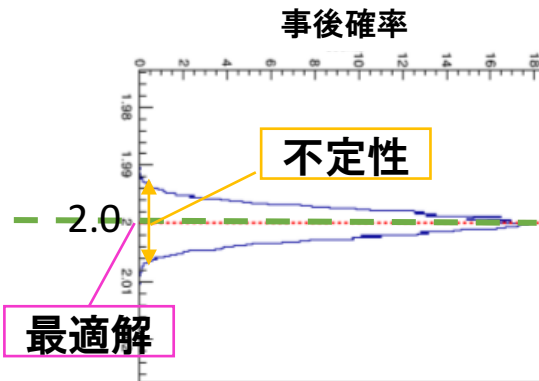
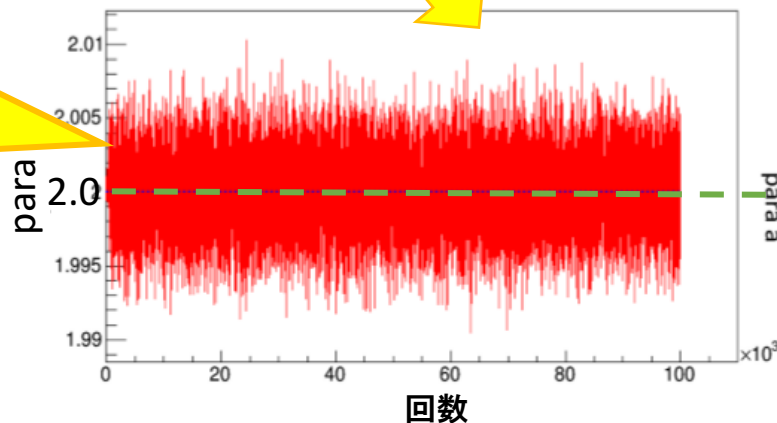
$$P(x|y) = \frac{L(y|x)p(x)}{Z} \quad Z = \sum_x L(y|x)p(x)$$

事後分布 $P \propto$ 尤度関数 $L \times$ 事前分布 p

MCMCのメリット

- ① 事前分布を置くことができる
- ② 局所解と大局解のどちらも分かる

トレース図
(ステップ数に対するパラメータの推移を表す)



Synchrotron Self -Compton (SSC) model

シンクロトロン放射によって光子を放出している高エネルギー電子が、シンクロトロン放射光と逆コンプトン散乱を起こし、光子を高エネルギーまで叩きあげる放射モデル

シンクロトロン
放射成分

$$f_{\epsilon}^{\text{syn}} = \frac{\sqrt{3}\delta_D^4 \epsilon' e^3 B}{4\pi h d_L^2} \int_1^{\infty} d\gamma' N_e'(\gamma') R(x)$$

逆コンプトン散乱放
射成分

$$f_{\epsilon_s}^{\text{SSC}} = \frac{9}{16} \frac{(1+z)^2 \sigma_T \epsilon_s'^2}{\pi \delta_D^2 c^2 T_{v,\text{min}}^2} \int_0^{\infty} d\epsilon' \frac{f_{\epsilon}^{\text{syn}}}{\epsilon'^3} \times \int_{\gamma_1'}^{\gamma_2'} d\gamma' \frac{N_e'(\gamma')}{\gamma'^2} F_C(q, \Gamma)$$

Finke et al. 2008

parameters

z : 赤方偏移

B : 磁場

δ_D : ドップラー因子

T : タイムスケール

K_e : 電子標準因子

γ_b : Break energy

p_0 : 電子スペクトル因子

p_1 : 電子スペクトル因子

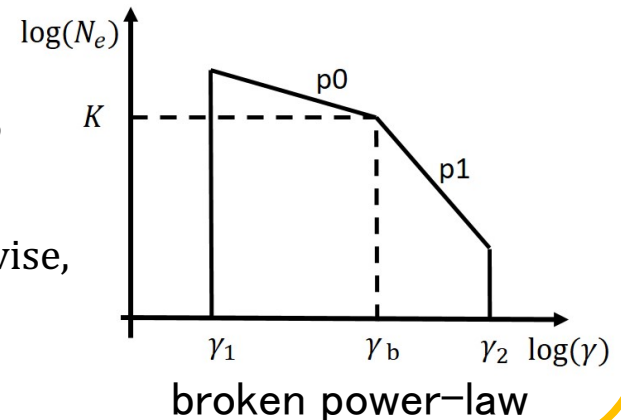
γ_1 : ローレンツ因子(最小値)

γ_2 : ローレンツ因子(最大値)

電子のエネルギー分布

ローレンツファクター γ における電子密度

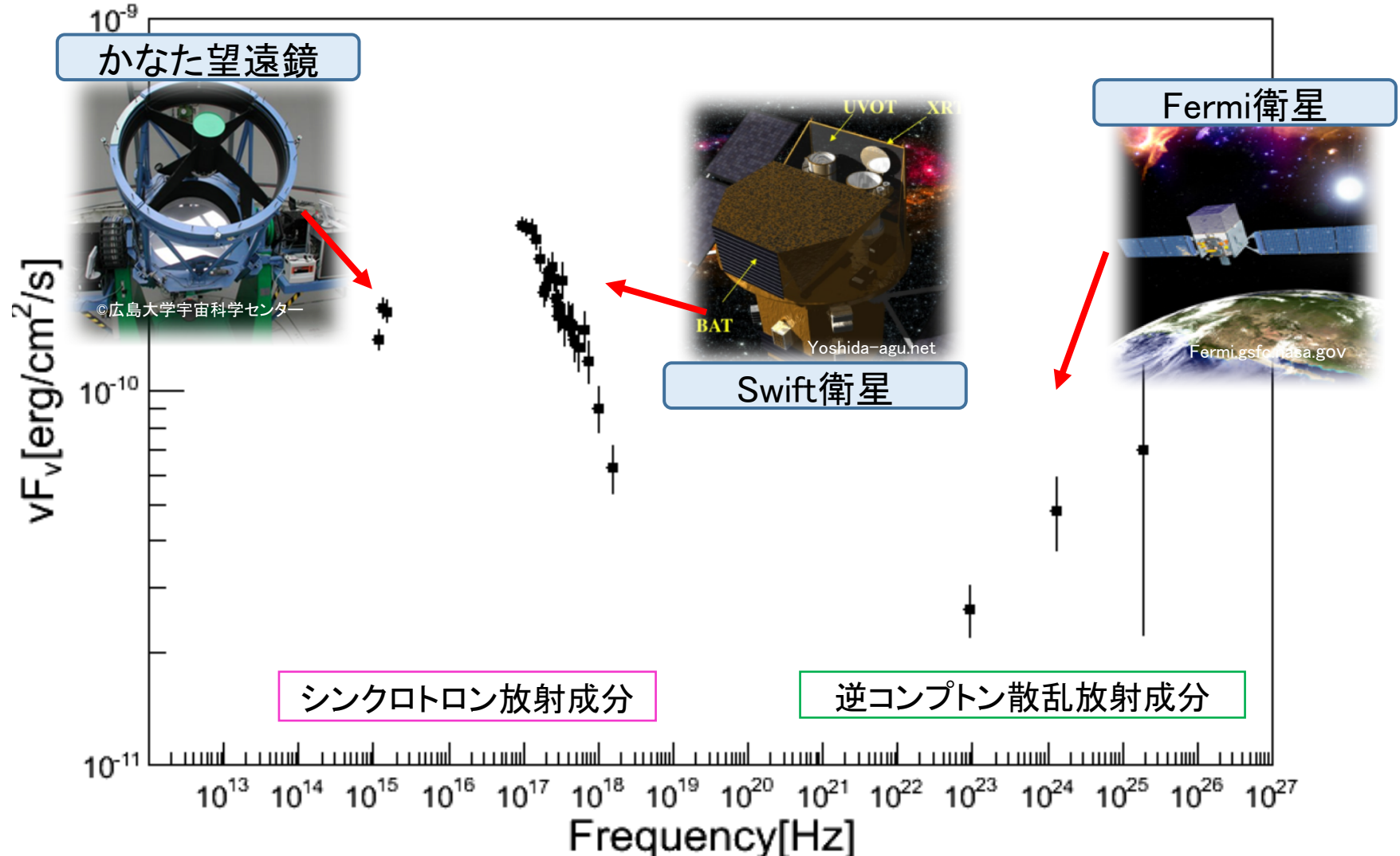
$$N_e(\gamma) = K_e \times \begin{cases} \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p_0} & \gamma < \gamma_b \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p_1} & \text{otherwise,} \end{cases}$$



Mrk421の変動機構の研究

5/10

Mrk421・・・可視光やX線で明るいブレーザーであり、そのSEDはSSCモデルでよく説明される



Mrk421 (MJD55230) SED

Mrk421のSEDモデルパラメータ推定

6/10

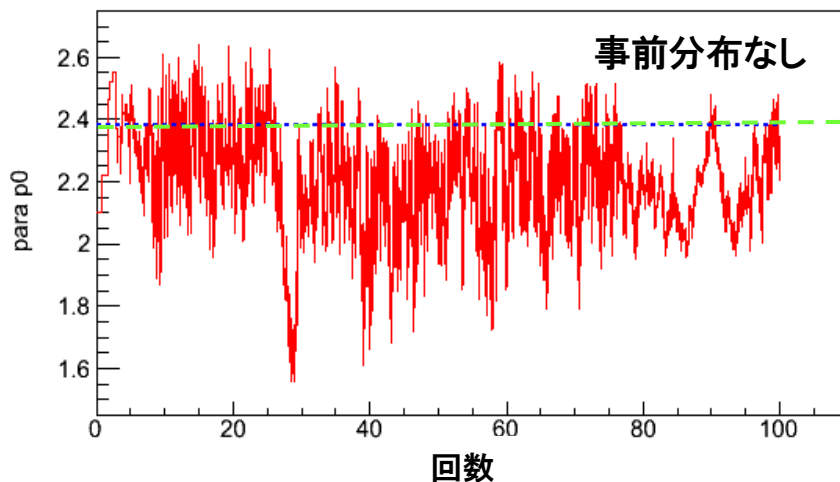
観測から予測可能な δ_D or T に事前分布を仮定する

$$p(\delta_D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\delta_D}^2}} \exp\left(-\frac{(\delta_D - \delta_{D,mean})^2}{2\sigma_{\delta_D}^2}\right)$$

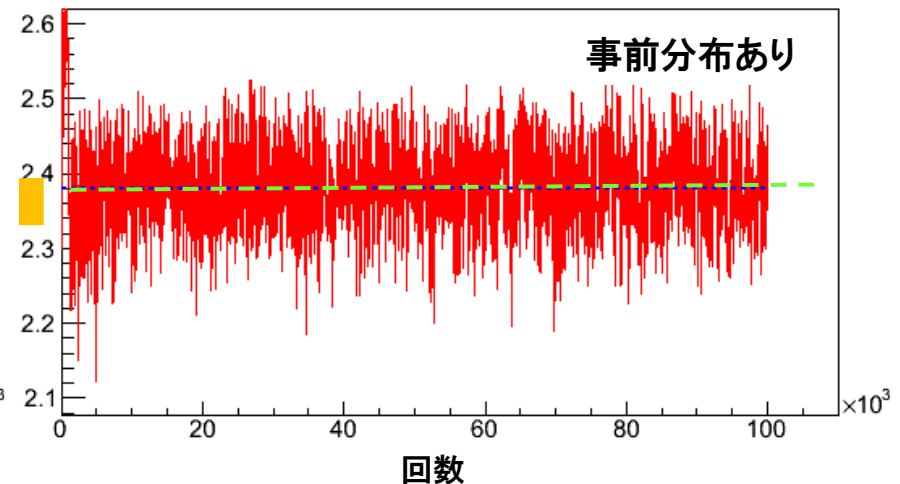
$$\delta_{D,mean} = 21 \quad \sigma_{\delta_D} = 10$$

$$T_{mean} = 82540 \quad \sigma_T = 1000$$

B, δ_D, T が強く相関しているため、事前分布を仮定しなければ収束しない



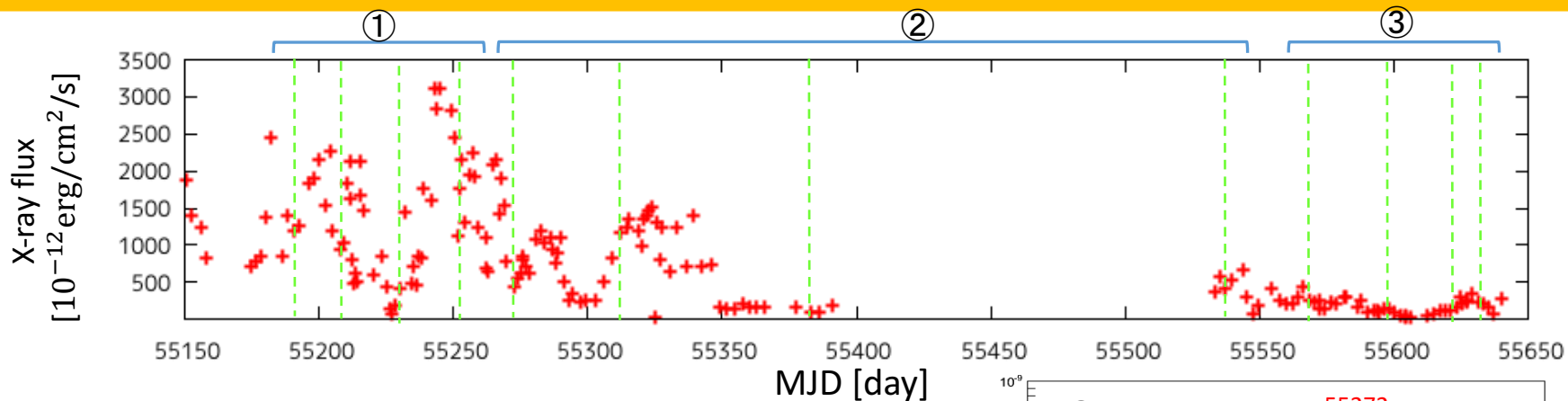
MJD55252のパラメータ p_0 トレース図



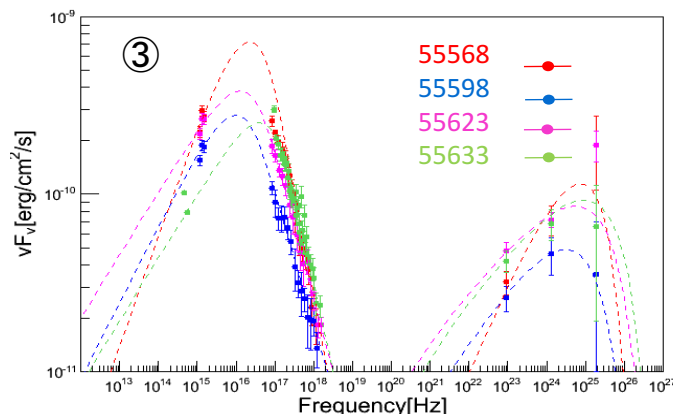
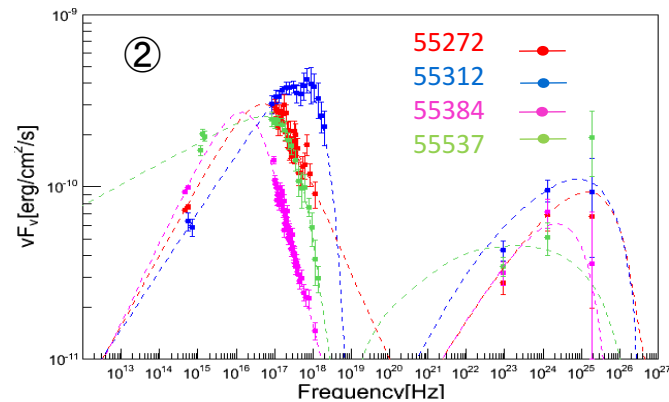
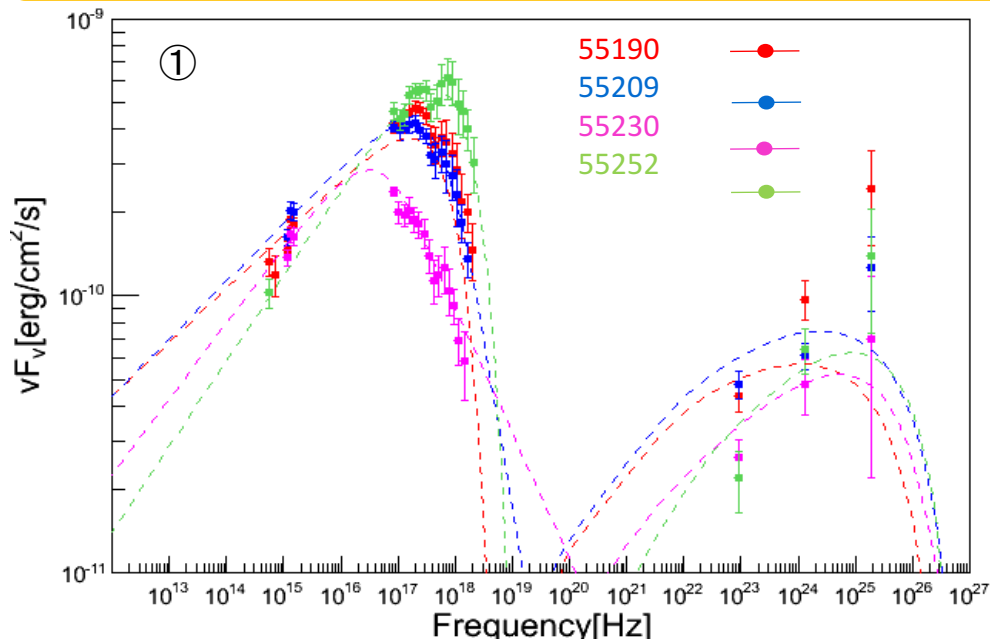
MJD55252のパラメータ p_0 トレース図

Mrk421のSEDモデルパラメータ推定

7/10

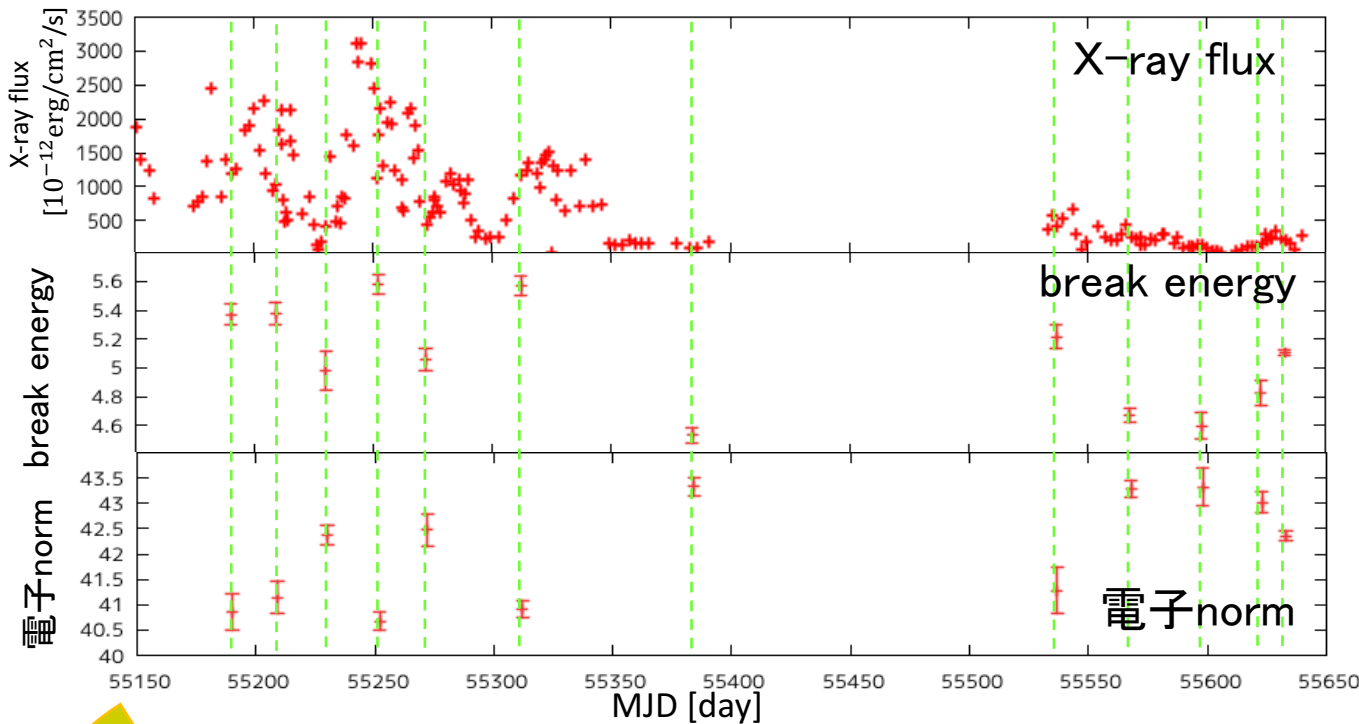


12期間分のSEDのモデルパラメータ推定を行った



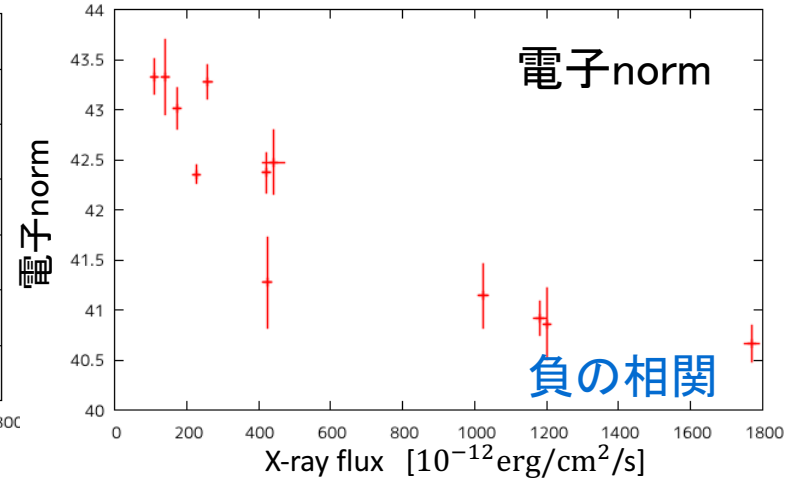
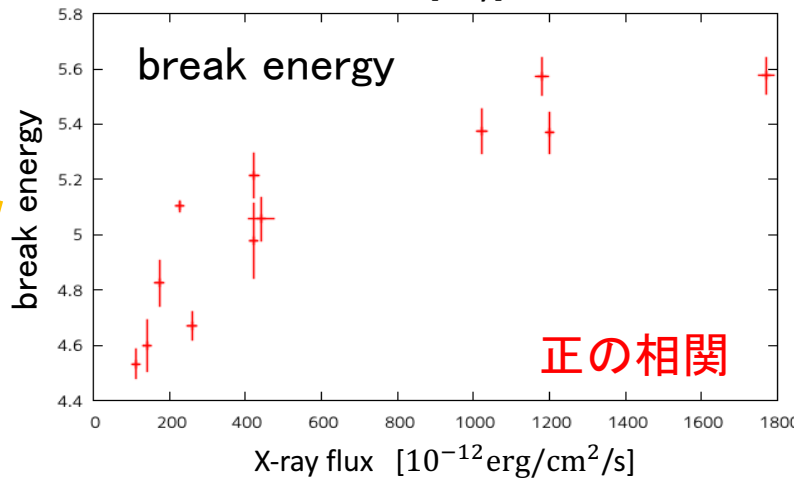
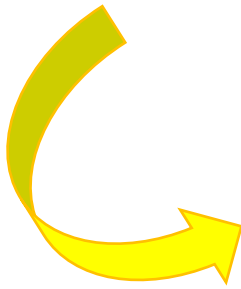
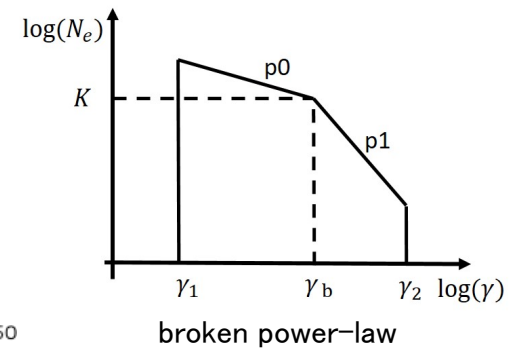
Mrk421のエネルギースペクトルと推定したモデル

SEDモデルパラメータの変動



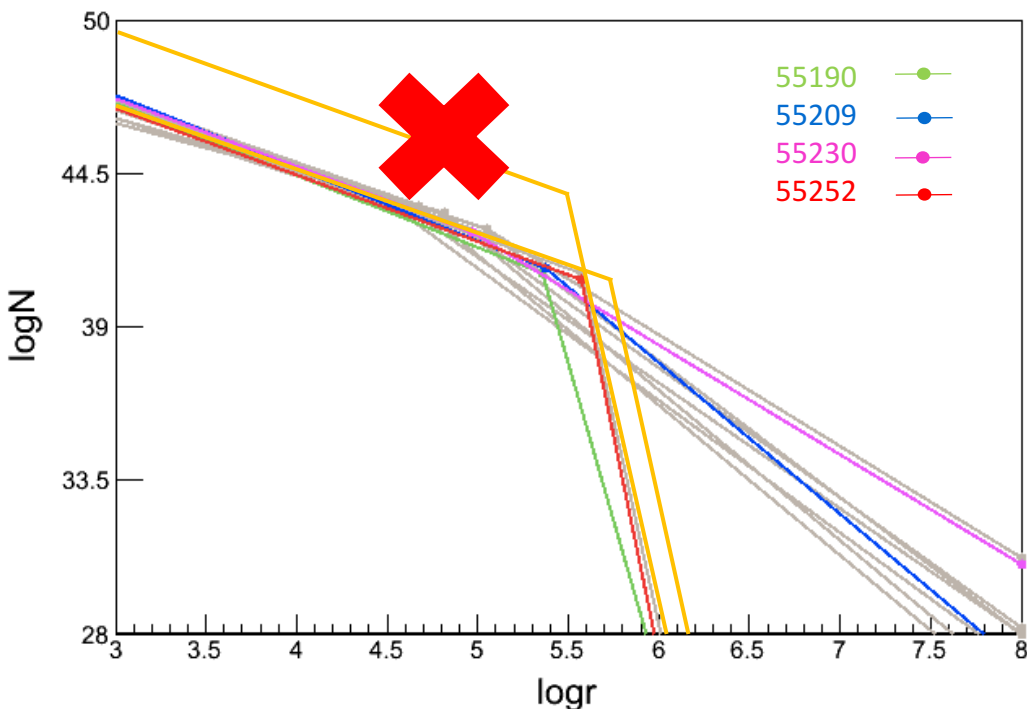
6つのパラメータ
($B, \delta_D, K_e, \gamma_b, p_0, p_1$)が
不定性を含めて有意に変動

電子のエネルギー分布



SEDモデルパラメータの変動

9/10



各時期の電子のエネルギー分布

X-ray fluxとbreak energy が**正の相関**

電子normが**負の相関**



X-ray flux の変動は電子の数ではなく
break energyの変動によるもの



新しい放射領域ができて電子の数が増えるのではなく、
1つの放射領域の電子の最大エネルギーが変わる。

- MCMCを用いたジェットの放射領域の物理量を推定する方法を開発し、最適解と不定性を求めることに成功。
- X-ray fluxとbreak energyには**正の相関**、電子normには**負の相関**があることが分かった。
- 今後は他の天体のSEDモデルパラメータ推定を行う。

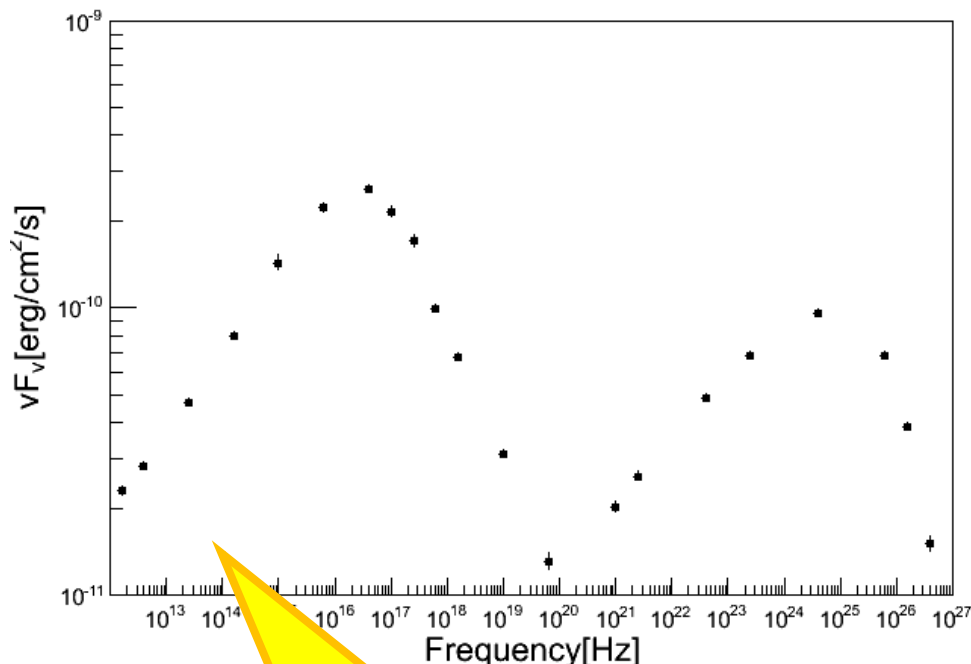
Contents

- 1.Introduction & purpose p1,2
- 2.ベイズとマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC) p3
- 3.Mrk421のSEDモデルパラメータ推定 p4~7
- 4.SEDモデルパラメータの変動 p8,9
- 5.Conclusion & Future work p10

全10p

人工データ実験①

11/10



データが満遍なく存在するように作成

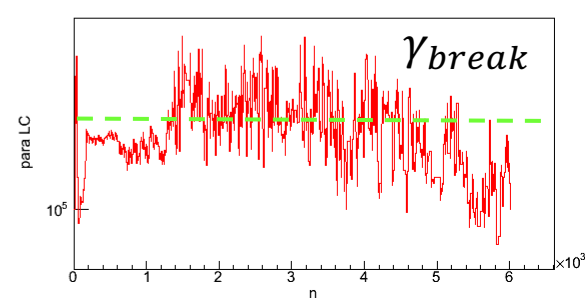
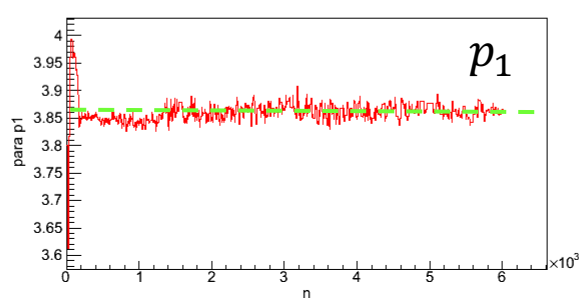
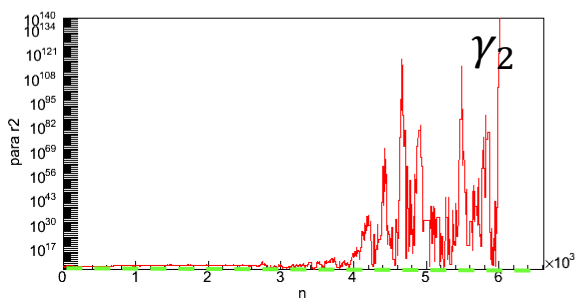
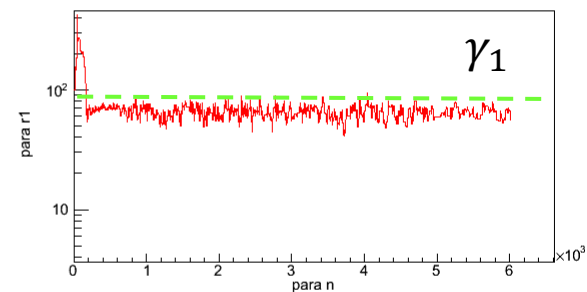
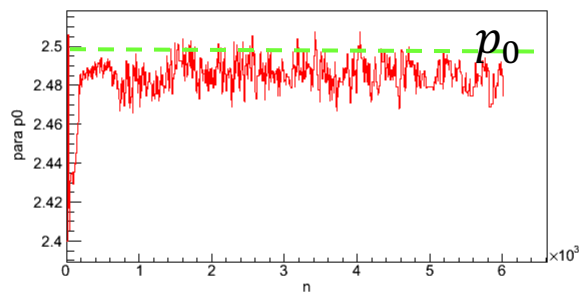
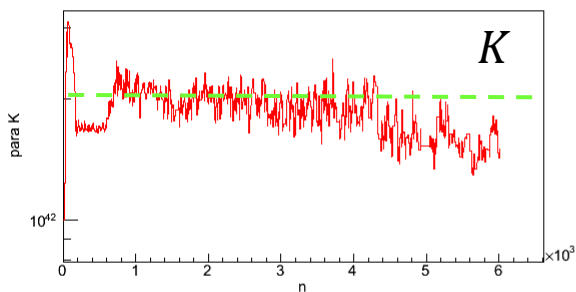
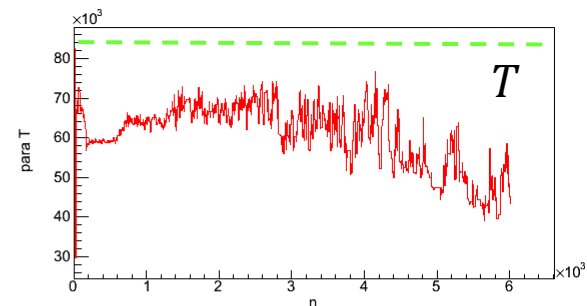
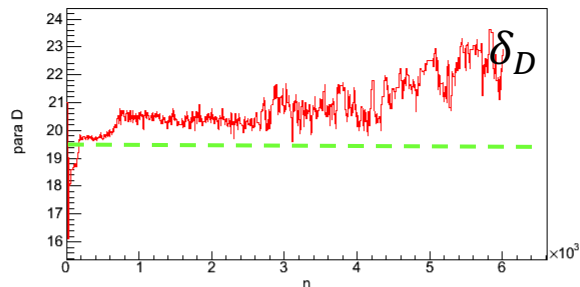
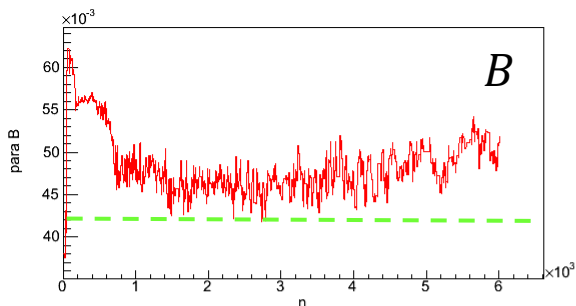
パラメータ間の相関関係や事前分布の必要性と依存性を調べる為、予め真値の分かる人工データで実験を行う

parameters	値
z : 赤方偏移	0.031
B : 磁場	0.042
δ_D : ドップラー因子	20
T : タイムスケール	82540
K_e : 電子標準因子	2.0e42
γ_b : Break energy	1e5
p_0 : 電子スペクトル因子	2.5
p_1 : 電子スペクトル因子	3.87
γ_1 : ローレンツ因子(最小値)	100
γ_2 : ローレンツ因子(最大値)	1e8

人工データ実験①

12/10

事前分布は仮定せず、全てのパラメータをフリーにする

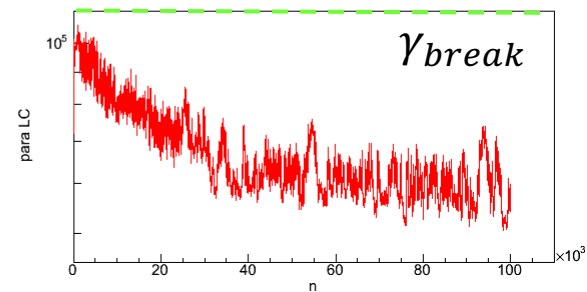
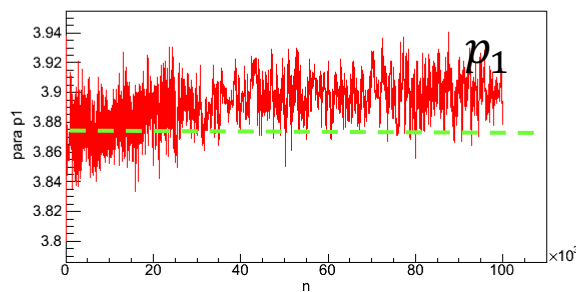
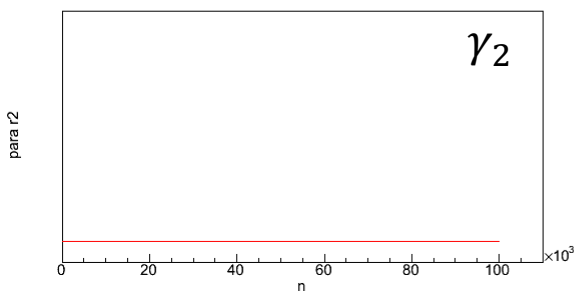
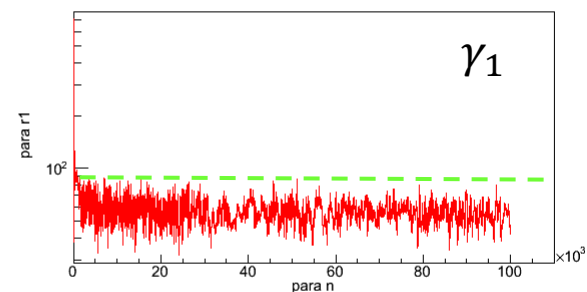
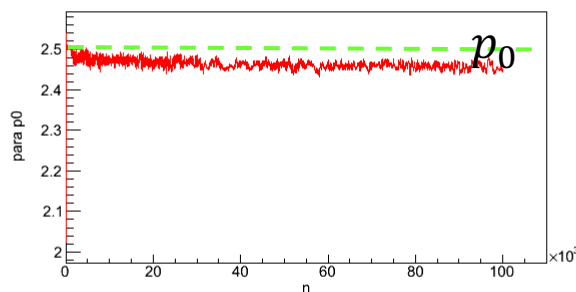
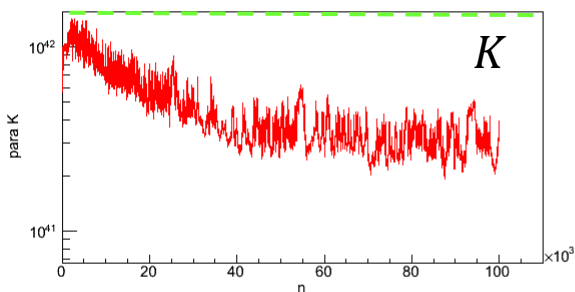
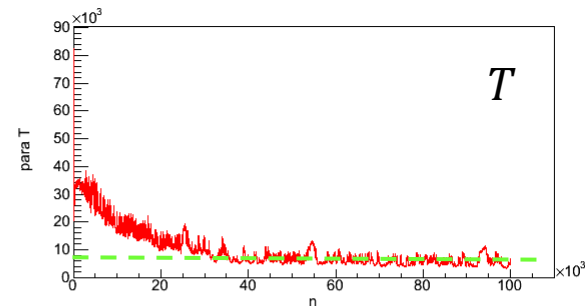
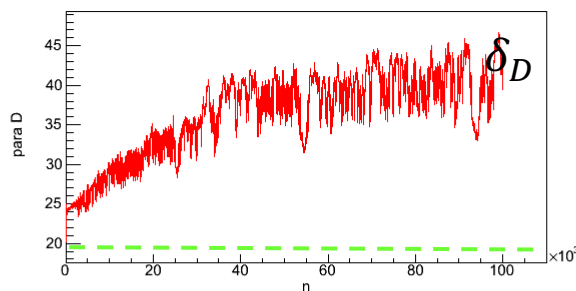
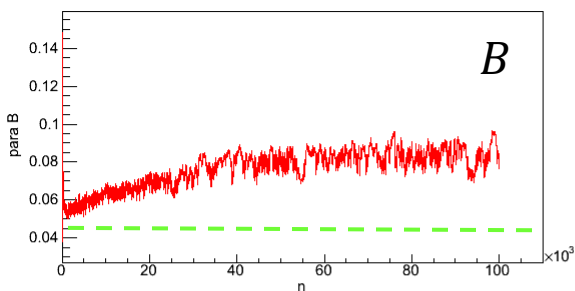


γ_2 の値が定まらず、他のパラメータが収束しない

人工データ実験①

13/10

事前分布は仮定せず、 γ_2 のみ固定し更新させない



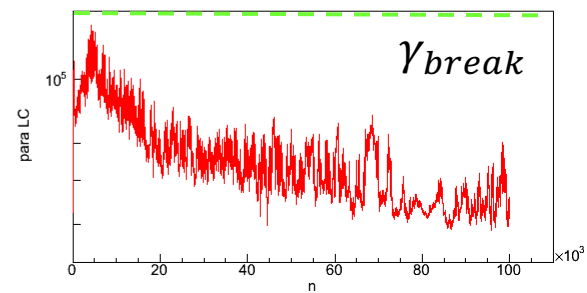
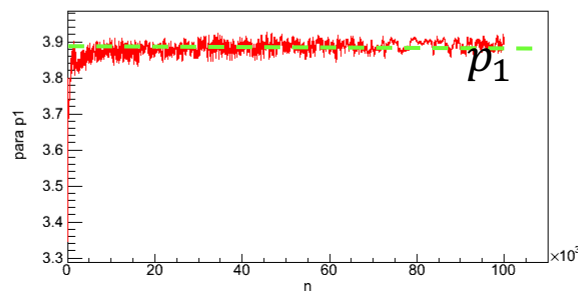
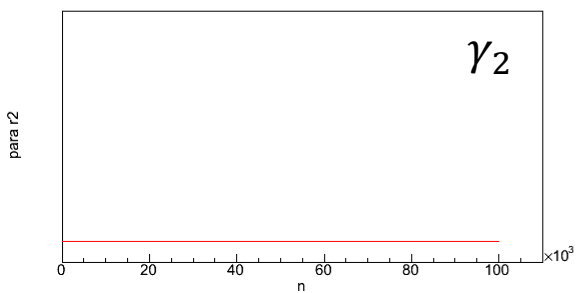
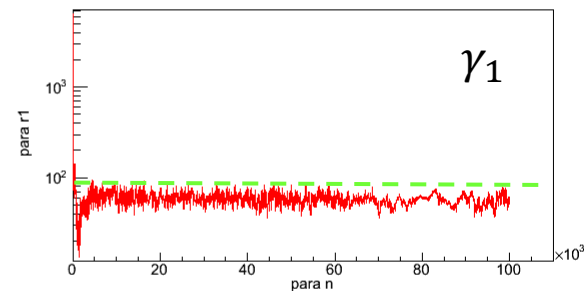
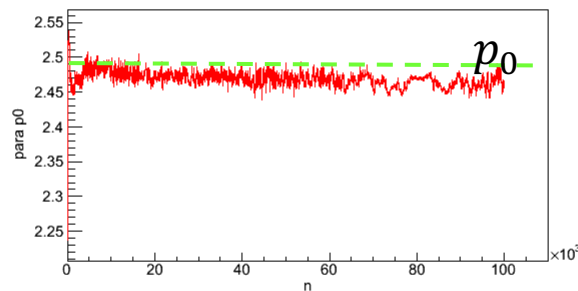
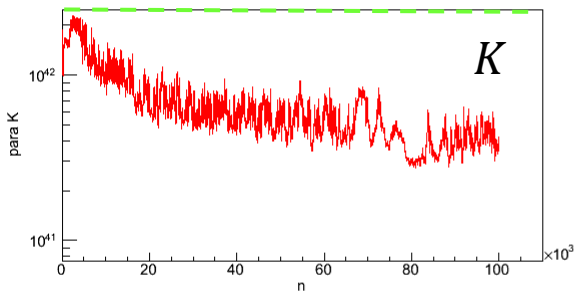
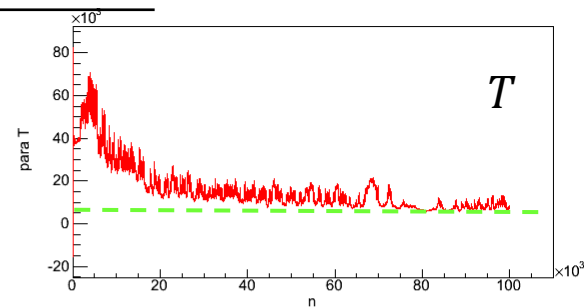
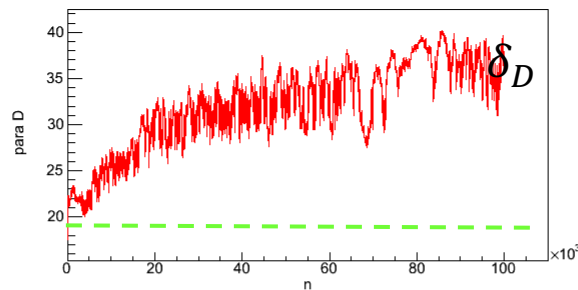
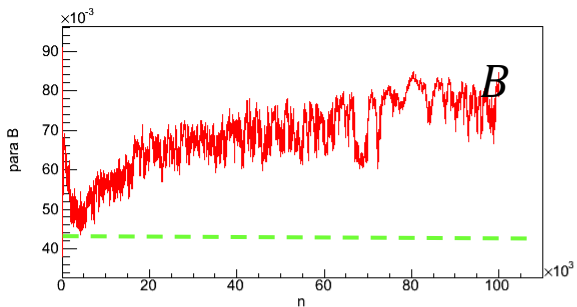
パラメータ間に相関があるため、収束しない

人工データ実験①

事前分布をドップラー因子に与える

$$\delta_{D,mean} = 20$$

$$\sigma_{\delta_D} = 10$$



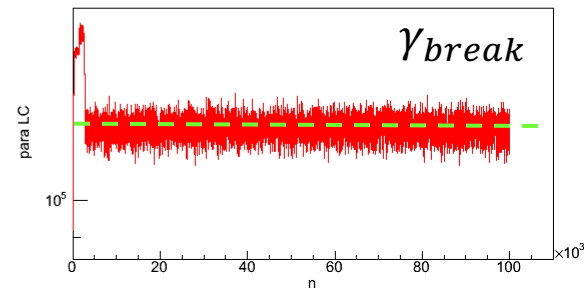
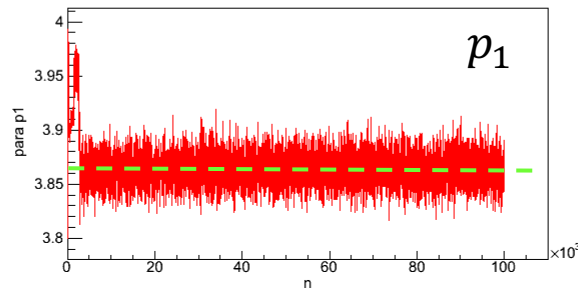
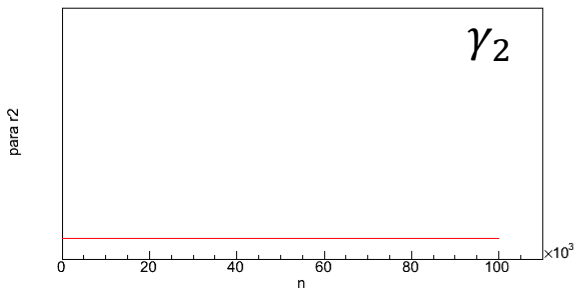
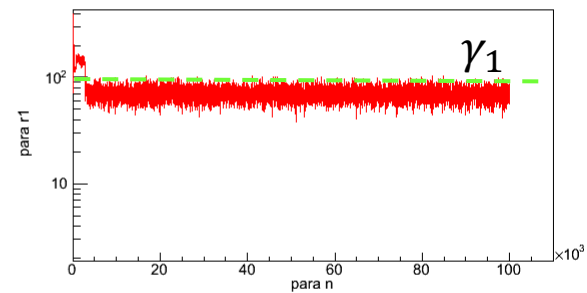
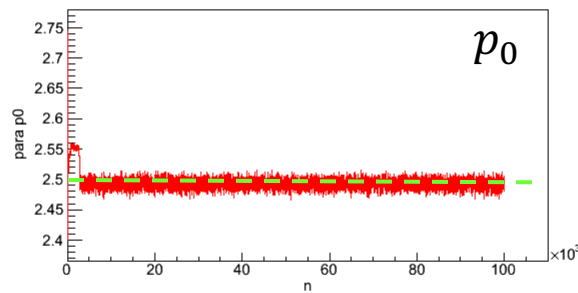
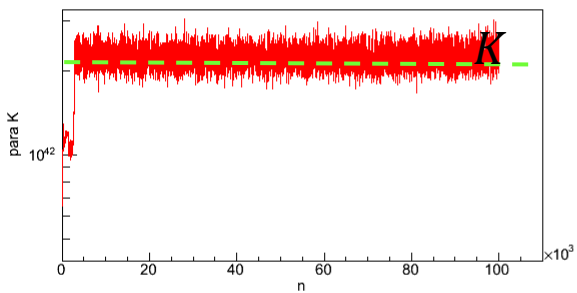
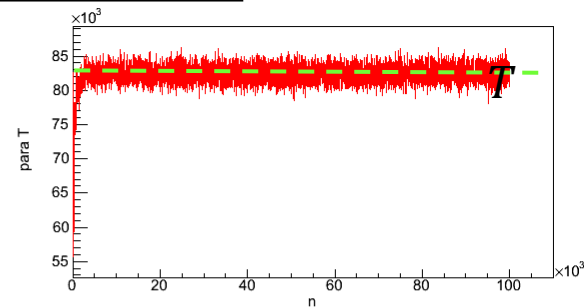
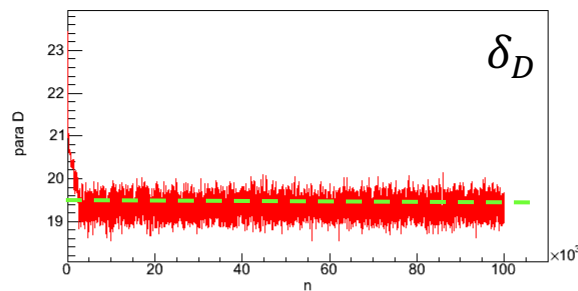
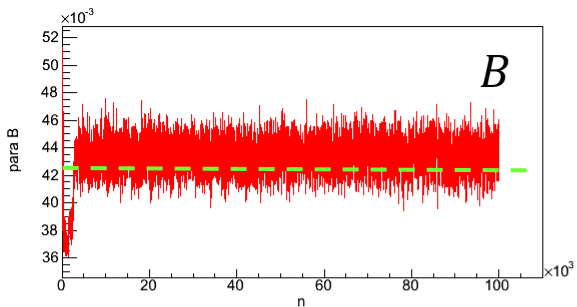
若干改善されたが、収束したとは言えない

人工データ実験①

事前分布をタイムスケールにも与える

$$T_{mean} = 82540$$

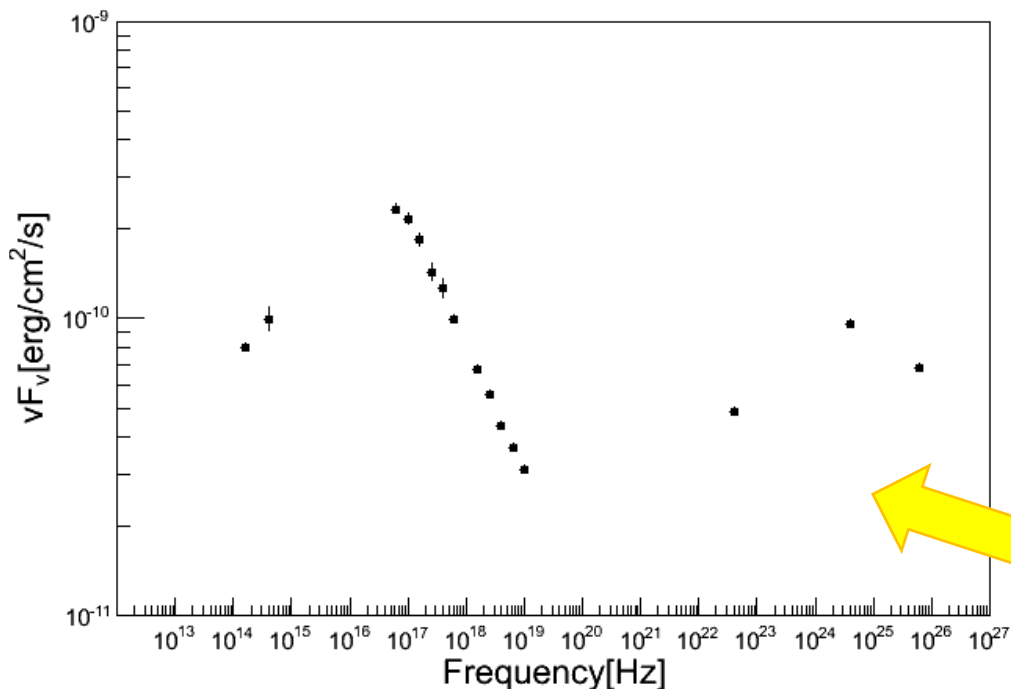
$$\sigma_T = 1000$$



全パラメータの収束を確認

人工データ実験②

16/10



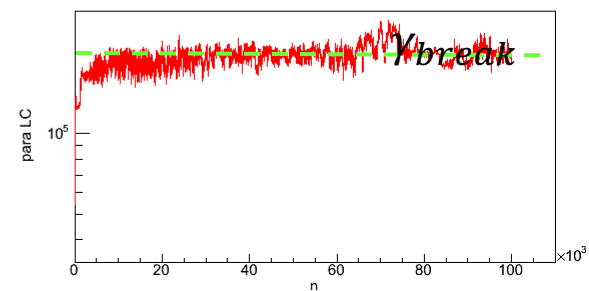
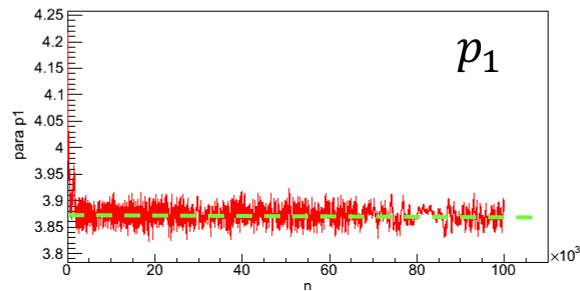
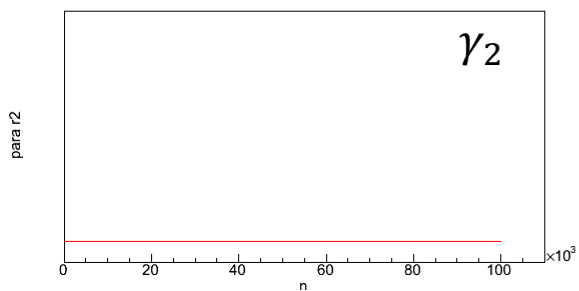
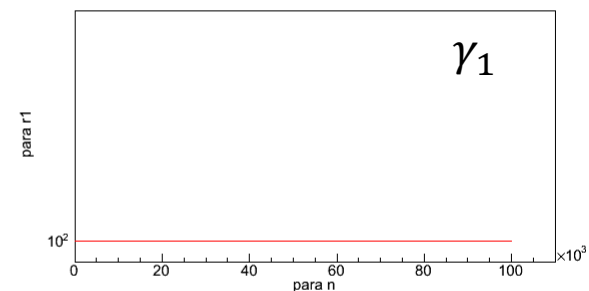
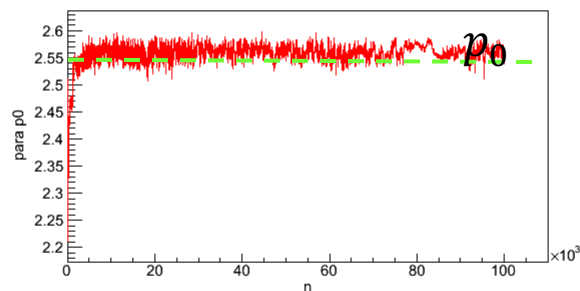
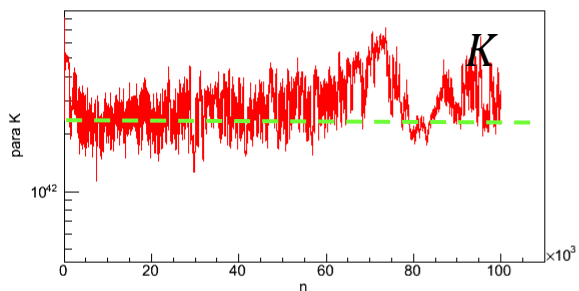
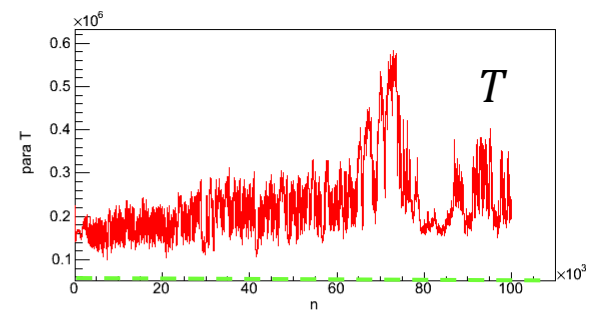
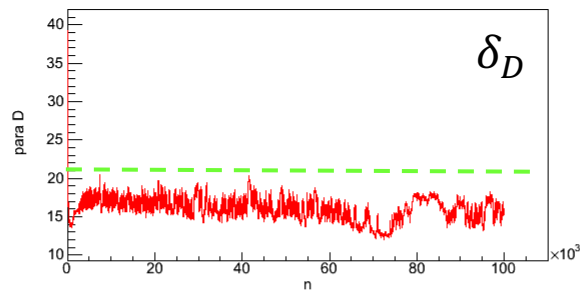
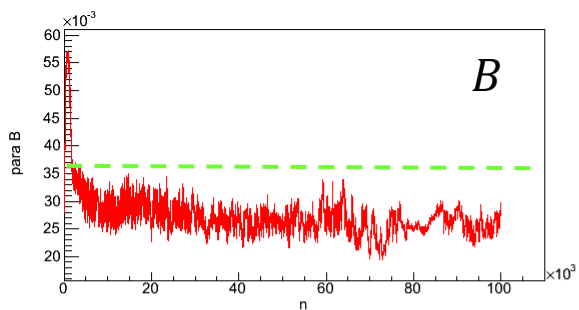
実際の観測データに近くなるようにデータ点を減らして実験を行なった

parameters	値
z : 赤方偏移	0.031
B : 磁場	0.036
δ_D : ドップラー因子	21
T : タイムスケール	82540
K_e : 電子標準因子	2.0e42
γ_b : Break energy	1.1e5
p_0 : 電子スペクトル因子	2.5
p_1 : 電子スペクトル因子	3.87
γ_1 : ローレンツ因子(最小値)	100
γ_2 : ローレンツ因子(最大値)	1e8

人工データ実験②

17/10

事前分布は仮定せず、 γ_1 と γ_2 は固定し更新させない



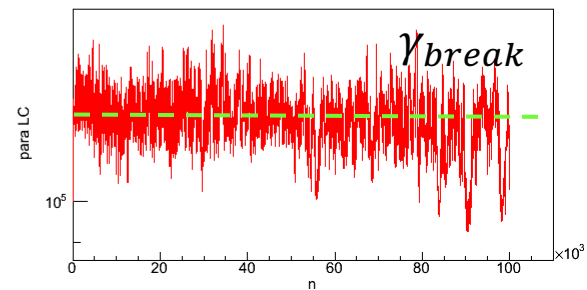
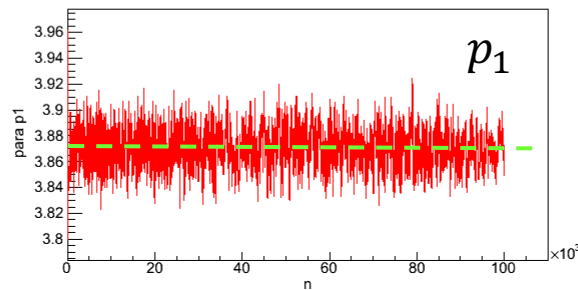
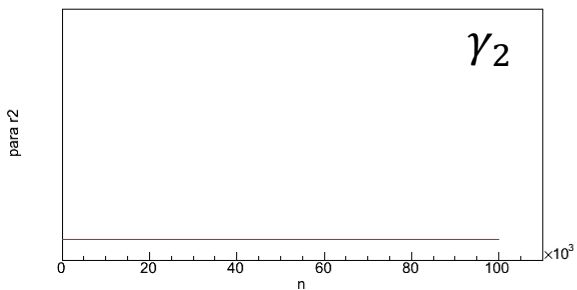
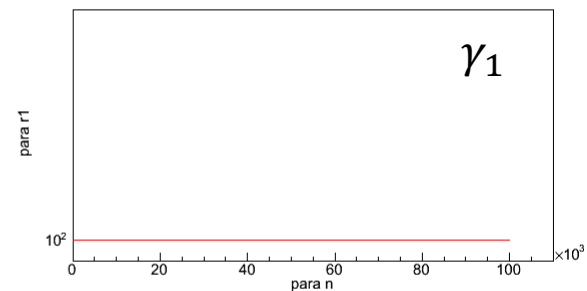
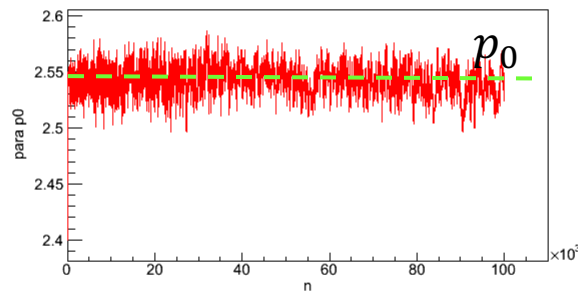
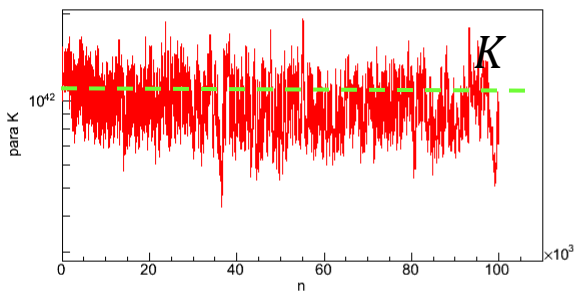
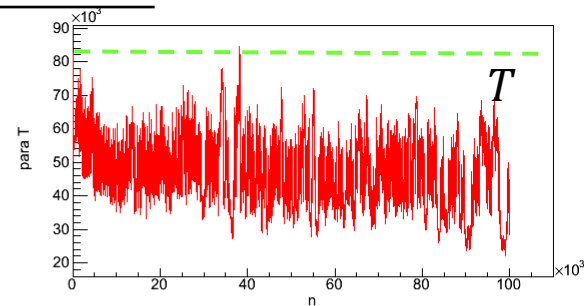
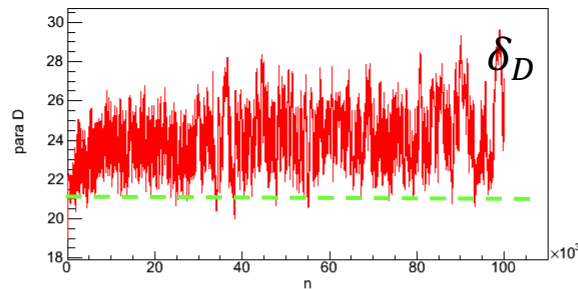
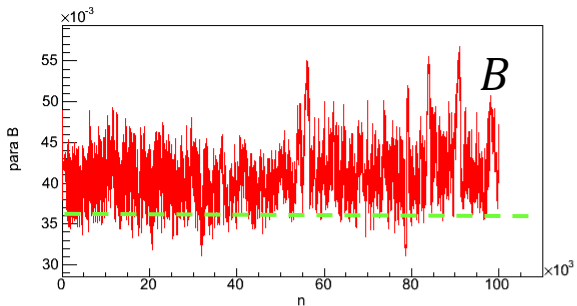
パラメータ間に相関があるため、収束しない

人工データ実験②

事前分布をドップラー因子に与える

$$\delta_{D_{mean}} = 21$$

$$\sigma_{\delta_D} = 10$$



改善されたが、まだトレンドが確認される

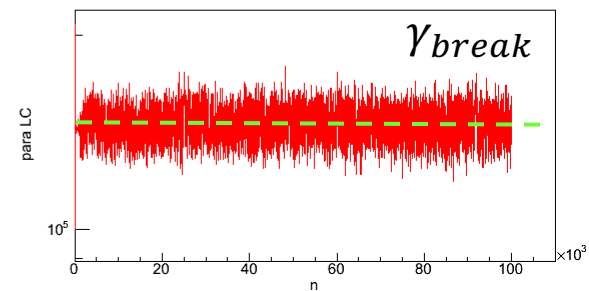
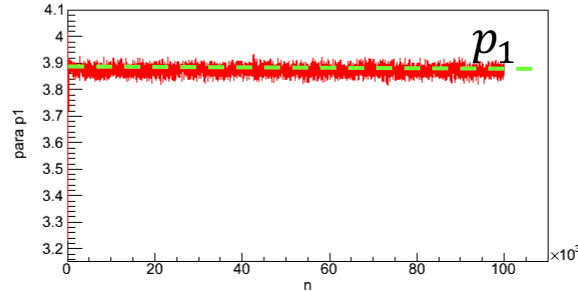
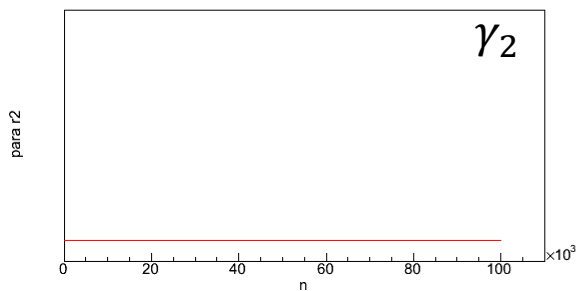
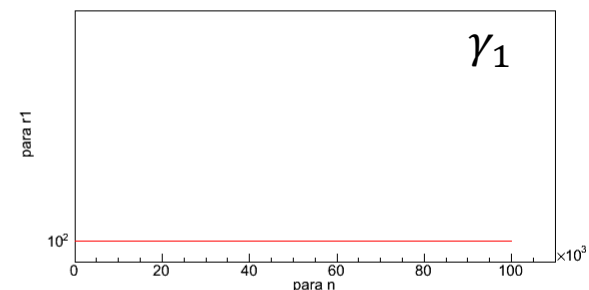
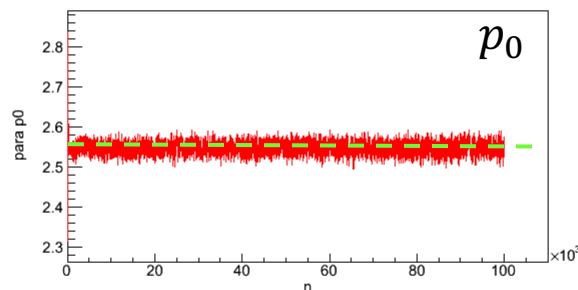
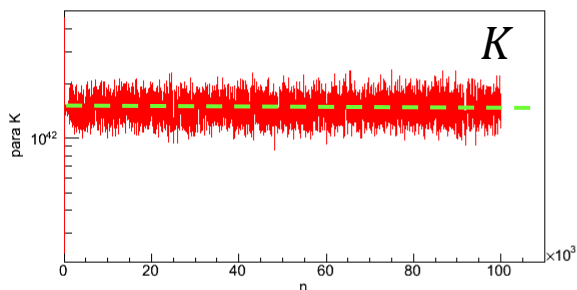
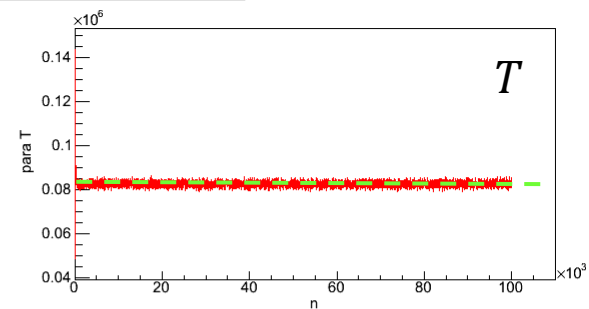
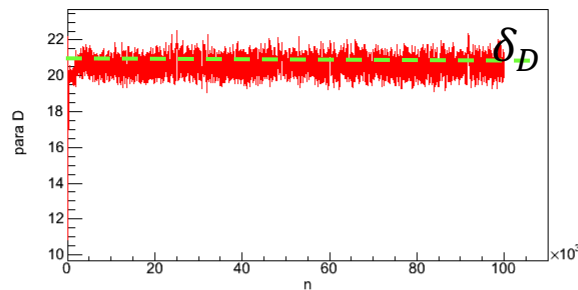
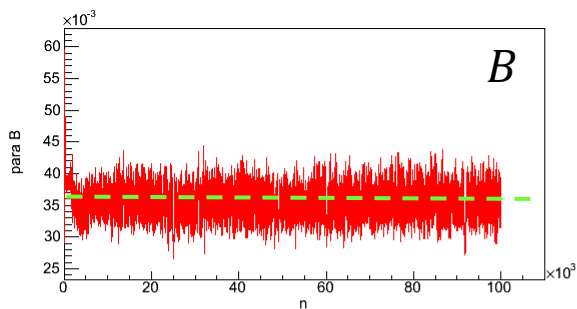
人工データ実験②

18/10

事前分布をタイムスケールにも与える

$$T_{mean} = 82540$$

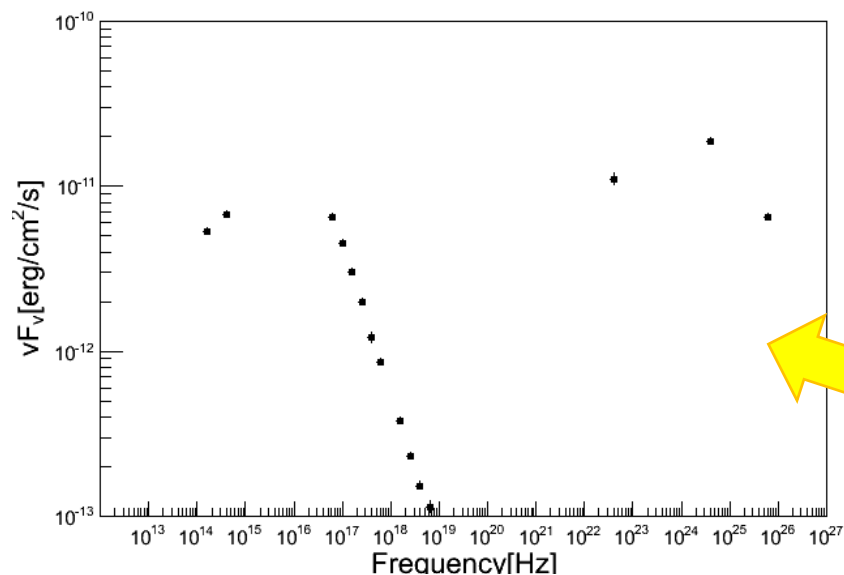
$$\sigma_T = 1000$$



全パラメータの収束を確認

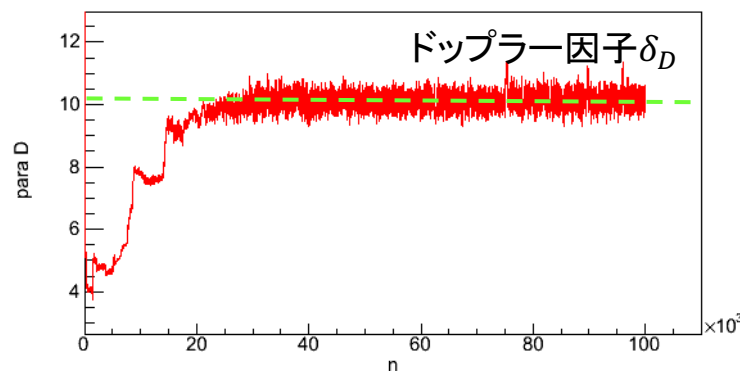
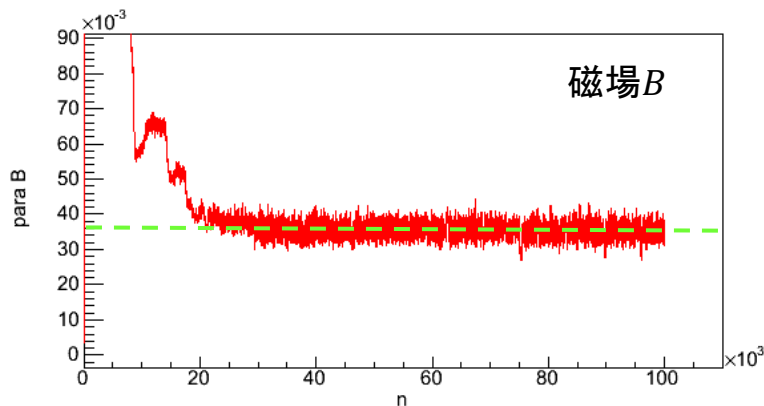
人工データ実験③

19/10



ドップラー因子と磁場は特に相関が強いため、ドップラー因子の値を変えると事前分布の関係から、磁場の推定値にも影響があるか調べた

B : 磁場	0.036
δ_D : ドップラー因子	10



ドップラー因子の値が変わっても、磁場は正しく求まった
→事前分布に影響されず、正しい値を求められることを確認

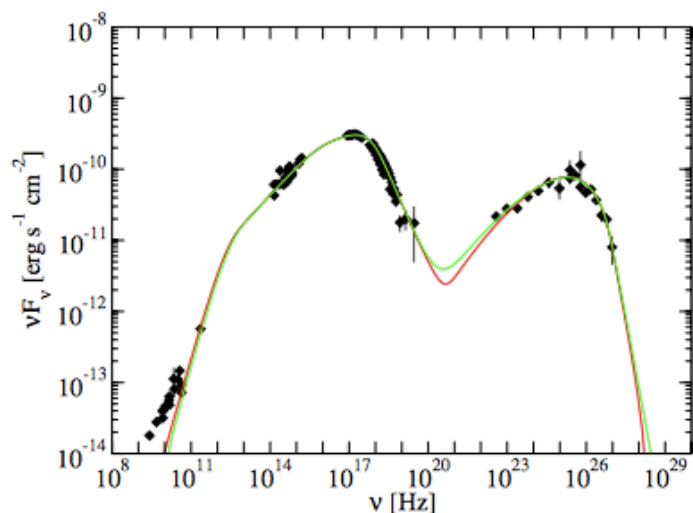


Table 4

Parameter Values from the One-zone SSC Model Fits to the SED from Mrk 421 Shown in Figure 11

Parameter	Symbol	Red Curve	Green Curve
Variability timescale (s) ^a	$t_{v,min}$	8.64×10^4	3.6×10^3
Doppler factor	δ	21	50
Magnetic field (G)	B	3.8×10^{-2}	8.2×10^{-2}
Comoving blob radius (cm)	R	5.2×10^{16}	5.3×10^{15}
Low-energy electron spectral index	p_1	2.2	2.2
Medium-energy electron spectral index	p_2	2.7	2.7
High-energy electron spectral index	p_3	4.7	4.7
Minimum electron Lorentz factor	γ_{min}	8.0×10^2	4×10^2
Break1 electron Lorentz factor	γ_{brk1}	5.0×10^4	2.2×10^4
Break2 electron Lorentz factor	γ_{brk2}	3.9×10^5	1.7×10^5
Maximum electron Lorentz factor	γ_{max}	1.0×10^8	1.0×10^8
Jet power in magnetic field (erg s ⁻¹) ^b x	$P_{j,B}$	1.3×10^{43}	3.6×10^{42}
Jet power in electrons (erg s ⁻¹)	$P_{j,e}$	1.3×10^{44}	1.0×10^{44}
Jet power in photons (erg s ⁻¹) ^b	$P_{j,ph}$	6.3×10^{42}	1.1×10^{42}

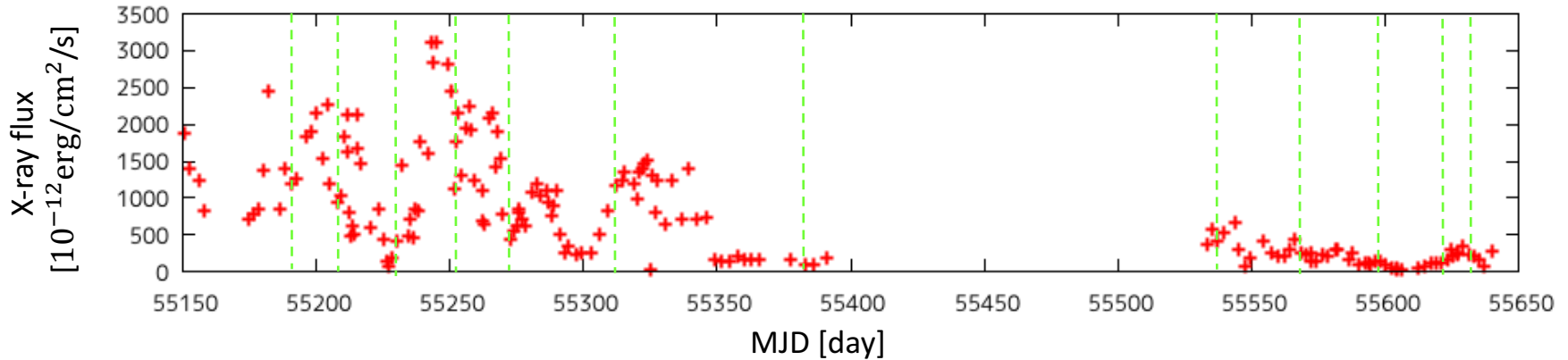
Abdo et al.(2011)

電子のエネルギー分布に double brokenモデルを使用している。

Abdo et al. (2011)と違い、本研究にはRATE/PCA、Swift/BATのデータがない為 2つ目のbroken側は見えていない。

求めたパラメータの値が大差ないため、矛盾はない。

Itoh et al.2015



前半期間は電子のエネルギーの上限が大きいほど明るく寝る傾向があり、エネルギー注入が原因

後半期間は電子の密度(K)と光度に関係があり、衝撃波で十分加速されなかったか、ジェット内の別領域からの放射の寄与を考えている。

前半期間と後半期間の振る舞いは違うと考えているが、本研究では変動は同じと結論づけた。

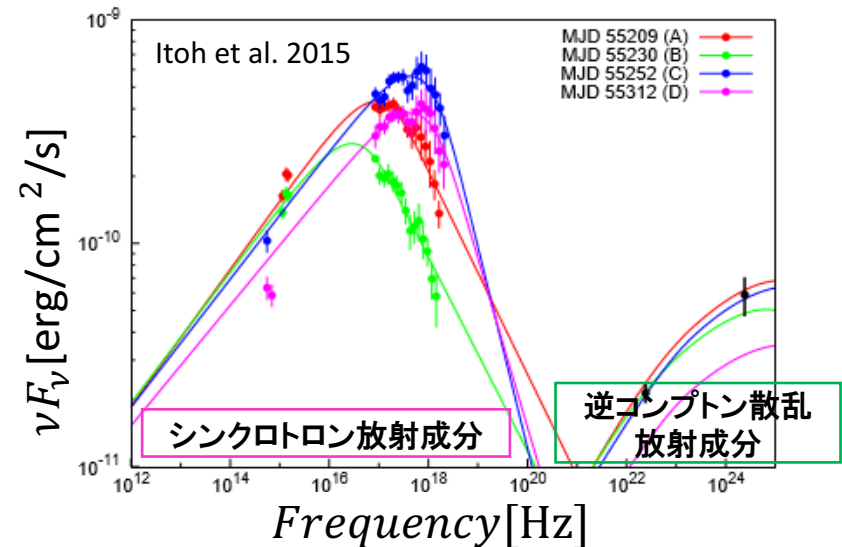
電子のエネルギー分布のべき p_1 が2程度のときフェルミの2次加速であり、2より小さい時、カノニカル比相対論的拡散衝撃波加速によって与えられると考えている。

p_1 と p_2 の差が1だとクーリングだとKino et al.で言われているが、そうならないため、クーリングは考えない。

モデルの性質的にパラメータ全ては独立で決まらないため、いくつかのパラメータを固定し他のパラメータを推定

model. The parameter values derived by SED fitting are similar to the values reported in Abdo et al. (2011). The variability in the Doppler factor and the co-moving blob radius R' were small (e.g., the variability of the Doppler factor was $\sim \pm 20\%$). To explore the variability in these periods in detail, we also performed SED fitting using a fixed parameter for the Doppler factor $D = 21$ and co-moving blob radius $R' = 5.2 \times 10^{16}$ cm (Abdo et al., 2011), because these parameters did not show large variability in either of the two periods. Hereafter, we described the results of SED fitting with fixed parameters for B , D , and R' . Figure 5 and table 1 show the SED fitting results in periods 1 and 2. As a result, the SEDs well described the synchrotron component. Next, we discuss the variability

Itoh et al. 2015



that are used to further constrain our models.

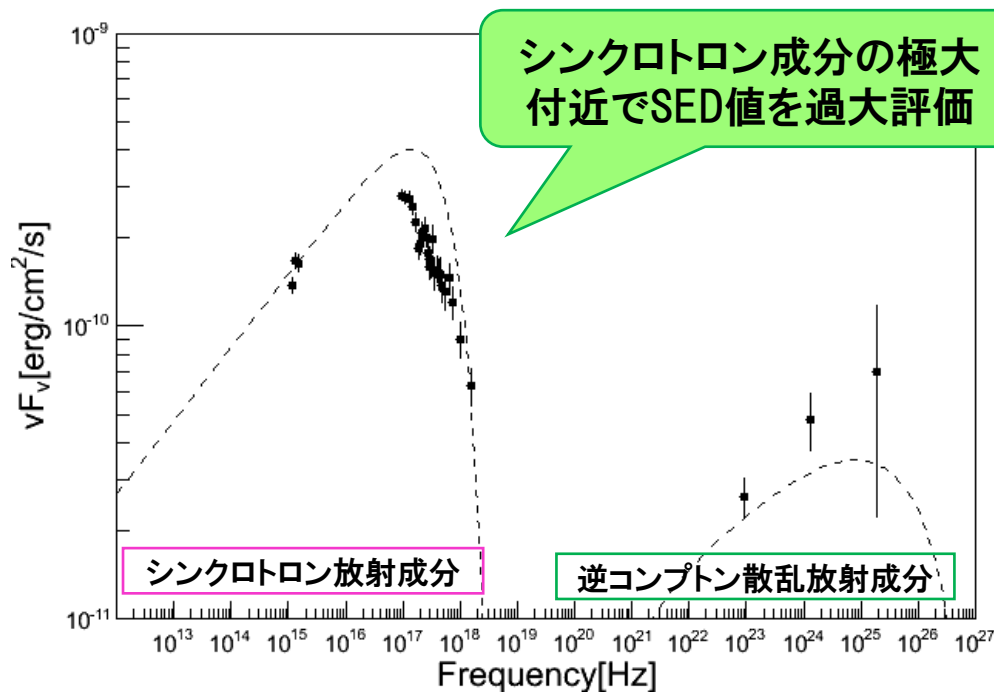
Our fitting procedure is a “fit-by-eye” method, starting with plausible values for the parameters that are not directly constrained by observations. The unconstrained parameters are then adjusted to obtain an acceptable representation of the SED. Simpler models with fewer parameters, such as a single-zone, static SSC model, allow for a detailed χ^2 minimization technique (see, e.g., Mankuzhiyil et al. 2011). However, given the substantial number of adjustable parameters, such a fitting method is infeasible for the models considered here. While we

M. Böttcher et al. 2013

推定値の不定性まで含めて客観的にパラメータを推定する手法が必要

マルコフ連鎖モンテカルロ法によるジェット
の物理量推定法を開発し、最適解とその不定
性を推定する

Mrk421のSEDモデルパラメータ推定 (X線で暗い時期MJD55230)



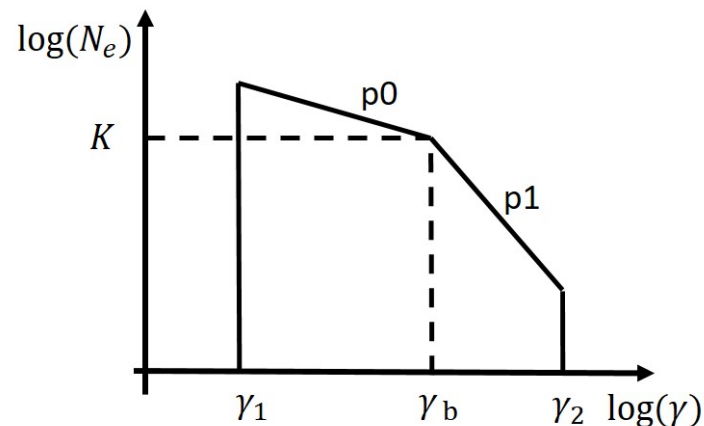
Broken power-law

$$N_e(\gamma) = K_e \times \begin{cases} \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p1} & \gamma < \gamma_b \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p2} & \text{otherwise,} \end{cases}$$

パラメータ	先行研究	本研究
B [G]	0.038(固定値)	0.040 ± 0.008
δ_D	21(固定値)	26 ± 9
T [s]	82540(固定値)	82520 ± 80
γ_1	100	100 ± 70
γ_2	1.0×10^6	$(3.5 \pm 0.7) \times 10^5$
$\log_{10} K$	41	55 ± 9
p_0	2.4	2.5 ± 0.7



電子のエネルギー分布を折れ曲がりのある
ある冪乗分布に変更する必要がある



各種パラメータや未知の要素を全部ひとまとめにして x と書く。

ベイズ統計では x の値が確率的に生成されたと仮定して、その確率分布 $P(x)$ を事前分布と呼ぶ。

次に x の値を与えたもとで、データ y が作り出される条件付き確率 $P(y|x)$ を仮定する。これを尤度関数という。するとベイズ推論は、

「 $P(x)$ と $P(y|x)$ を仮定したとき、データ y が与えられたときの x の確率分布 $P(x|y)$ を求める」

ことに相当する。 $P(x|y)$ を事後分布という。

ベイズの公式

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x)}{Z} \quad Z = \sum_x P(y|x)P(x)$$

ここで事後分布 $P(x|y)$ からの x のサンプルを得る為にMCMCを利用

～適応的メトロポリス法の導入～

提案分布を
多次元正規分布に

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^p \sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right)$$

提案分布パラメータの**更新則**を加えている。
提案分布のパラメータは分散共分散行列 $\sigma^2 \Sigma$ のみとなる。

$$\boldsymbol{\mu}_n \leftarrow \boldsymbol{\mu}_{n-1} + h_n(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_{n-1})$$

$$\Sigma_n \leftarrow \Sigma_{n-1} + u_n \left((\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_{n-1})(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_{n-1})^T - \Sigma_{n-1} \right)$$

$$\sigma_n^2 \leftarrow \sigma_{n-1}^2 + s_n(FA_n - \alpha)$$

μ_n : 平均値

Σ : 分散共分散行列

σ^2 : スケールパラメータ

FA: 1 or 0

$h_n = u_n = s_n = \frac{10}{n + 100.0}$

α : 平均採択率

p: 次元

分散共分散行列を学習し、提案分布に取り入れているため
効率的なサンプリングを実行できる

MCMC(メトロポリス法)のアルゴリズム 5/10

任意の*i*番目の状態 x_i を考える

① dx を提案分布から発生させる

提案分布・・・任意の確率密度関数(次のステップを生成)

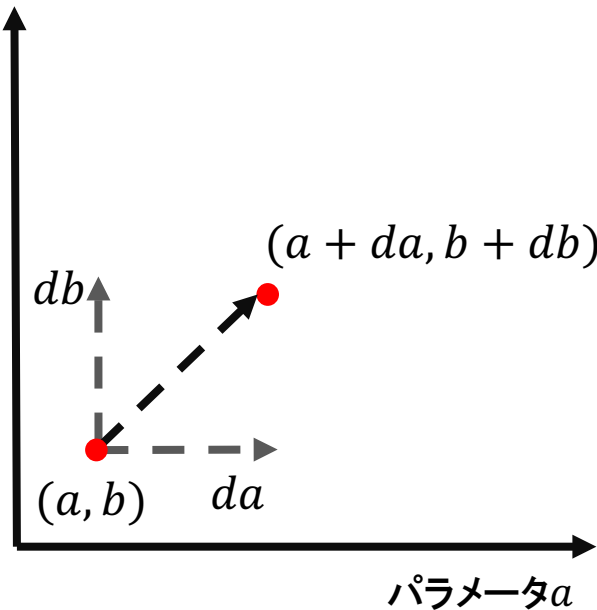
②任意の*i*番目の状態 x_i から*i* + 1番目の状態の候補は以下のように決める

$$x_{i+1} = x_i + dx$$

③候補の状態と現在の状態との事後確率の比を計算する。

$$r = \frac{P(x_{i+1})}{P(x_i)}$$

パラメータ**b**



MCMC(メトロポリス法)のアルゴリズム 6/10

④ 次の状態を決める

1) $r > 1$ のとき

無条件で**採択**(候補の状態を $i + 1$ 番目の状態にする)

2) $r < 1$ のとき

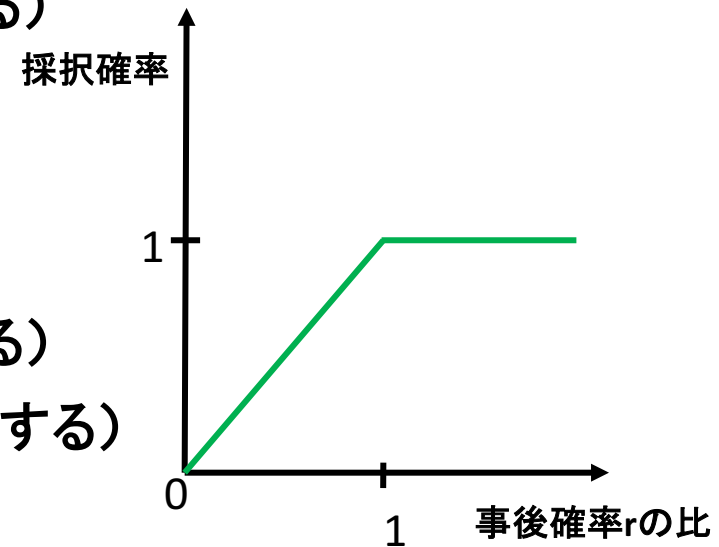
確率 r で採択

⇒ 一様乱数 $R (0 \leq R < 1)$ を発生させ、

$r > R$... **採択**(候補の状態を $i + 1$ 番目の状態にする)

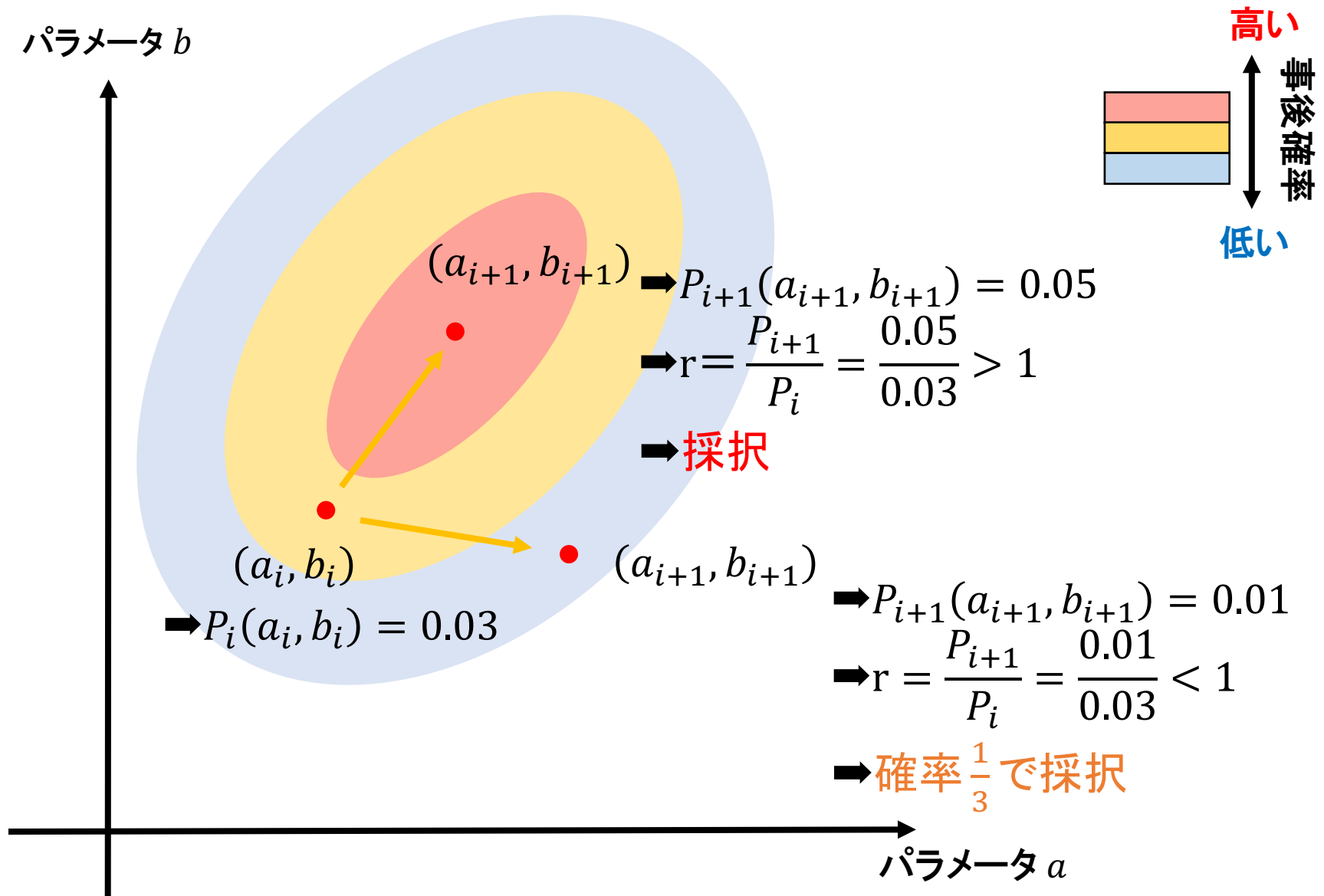
$r < R$... **非採択**(i 番目の状態を $i + 1$ 番目の状態にする)

$$r = \frac{P(x', y')}{P(x, y)}$$



採択確率と事後確率比の関係

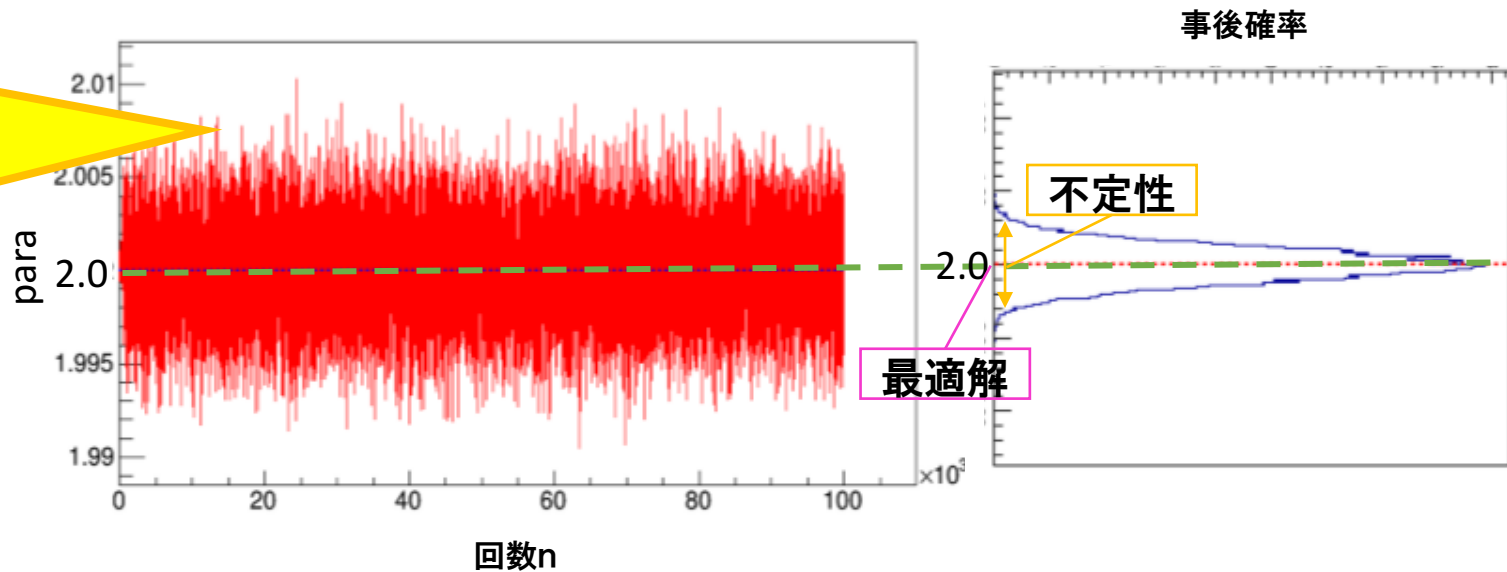
MCMC(メトロポリス法)のアルゴリズム 7/10



⑤事後分布の可視化と最適パラメータの決定

以上のプロセスを十分長い時間繰り返し、初期値の影響を受けていそうな部分を排除する(Burn-in)。その後定常分布に収束した部分で事後分布を作る。

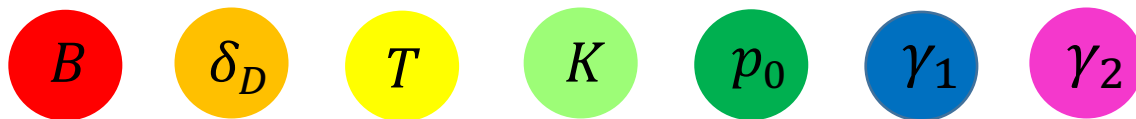
トレース図
(ステップ数
に対するパ
ラメータの推
移を表す)



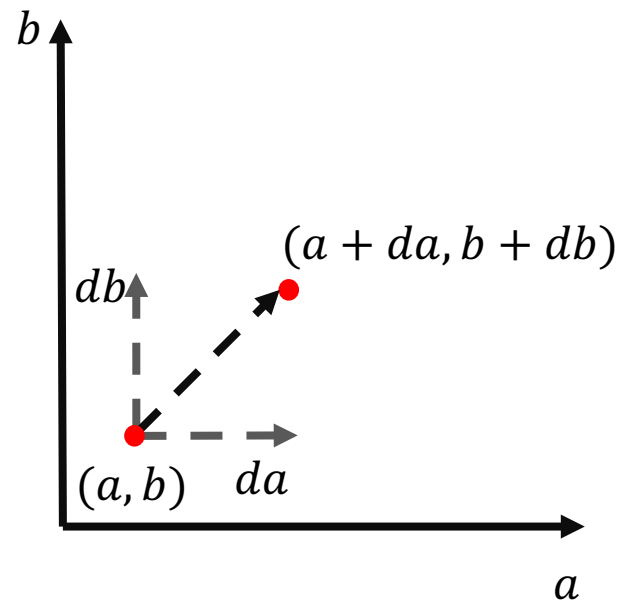
トレース図と事後分布の関係

収束しない原因...

- ・パラメータが縮退してしまっている
- ・7つのパラメータの提案分布の調整が難しい

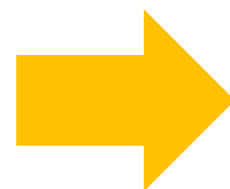


7つの提案分布



分散共分散行列

多次元正規分布



提案分布