

半導体検出器回路におけるノイズフィルター

木原 邦夫

広島大学 理学部 物理科学科

1179023F

高エネルギー宇宙・素粒子実験研究室

2003年2月10日

概要

近年ガンマ線の観測は宇宙の高エネルギー現象の解明に必要であるが、そのガンマ線を検出するための半導体検出器から得たデータは電子回路雑音などによりエネルギー分解能が悪くなってしまう。

本研究では、半導体検出器での観測におけるノイズの除去のためにフーリエ変換とフィルター関数を用いることによって最適なノイズフィルターを探すことを試みた。この方法では様々なフィルター関数を試すことができるため、シェーピングアンプといった特定のフィルター関数しか用いることのできないフィルターよりもデータに合った最適なフィルターを見つけることができる。

そこで、半導体検出器からの信号波形をデジタルオシロで波形データとして取り込み、それに対して高速フーリエ変換 (FFT) を行なってフィルター関数を試し、シェーピングアンプの結果と比較した。

目次

第1章	序論	4
第2章	半導体検出器の電子回路雑音	5
2.1	電子回路雑音の種類	5
2.1.1	Thermal Noise	5
2.1.2	Shot Noise	6
2.1.3	Excess Noise	7
2.1.4	Burst Noise	7
2.2	ノイズスペクトル	7
第3章	フィルターと波形整形	10
3.1	フィルターについて	10
3.2	最適フィルター問題	10
3.3	Shaping Amp	11
3.4	高速フーリエ変換	12
3.4.1	フーリエ変換	12
3.4.2	離散フーリエ変換と高速フーリエ変換	13
3.5	エネルギー分解能	14
3.6	本研究の目的	14
第4章	最適ノイズフィルターの試行	16
4.1	実験方法とそのセットアップ	16
4.1.1	フォトダイオードとプリアンプ	16
4.1.2	データ取り込み系	17
4.2	実験結果	19
4.2.1	Shaping Amp + ADC による方法	19
4.2.2	取得波形のフーリエ変換	21
4.2.3	ノイズのパワースペクトル	25
4.2.4	信号とノイズのパワースペクトルの比較	27
第5章	まとめと今後の課題	30

目 次

3.1	正弦波のグラフ	12
3.2	正弦波のフーリエ変換	12
3.3	離散信号のグラフ	13
3.4	パルス波 2 周期分の波形	14
3.5	図 (3.4) のパルス波に窓関数を掛けたグラフ	14
4.1	PIN 半導体の仕組み	16
4.2	フォトダイオードの検出原理	17
4.3	電荷型プリアンプ	17
4.4	実験のセットアップ	18
4.5	各装置とその設定値	18
4.6	波形取得に用いた LabVIEW のブロックダイアグラム	19
4.7	フォトダイオードで取得した $^{109}\text{Cd}(22.2\text{keV})$ のエネルギースペクトル。縦軸は count 数、横軸は channel。	20
4.8	フォトダイオードに X 線を照射した時のエネルギーとパルスハイトの相関	20
4.9	ピークチャンネルとエネルギー分解能	20
4.10	^{109}Cd の波形 1 つ	21
4.11	パルサーの波形 1 つ	21
4.12	^{109}Cd の波形 1 つに窓関数をかけたもの	22
4.13	パルサーの波形 1 つに窓関数をかけたもの	22
4.14	^{109}Cd の波形 1 つに直線をかけたもの	22
4.15	パルサーの波形 1 つに直線をかけたもの	22
4.16	^{109}Cd の波形 1 つに直線をかけたものに窓関数をかけたもの	22
4.17	パルサーの波形 1 つに直線をかけたものに窓関数をかけたもの	22
4.18	^{109}Cd の波形 1 つに FFT にかけたもの	23
4.19	パルサーの波形 1 つに FFT にかけたもの	23
4.20	^{109}Cd の波形 1 つに窓関数をかけた後で FFT にかけたもの	23
4.21	パルサーの波形 1 つに窓関数をかけた後に FFT にかけたもの	23
4.22	^{109}Cd の波形 1 つに直線を加えて FFT にかけたもの	23
4.23	パルサーの波形 1 つに直線を加えて FFT にかけたもの	23
4.24	^{109}Cd の波形 1 つに直線を加えて窓関数をかけた後で FFT にかけたもの	24
4.25	パルサーの波形 1 つに直線を加えて窓関数をかけた後で FFT にかけたもの	24
4.26	ノイズの波形 1 つ	25
4.27	ノイズの波形 1 つに窓関数をかけたもの	25
4.28	ノイズの波形 1 つに直線を加えたもの	25
4.29	ノイズの波形 1 つに直線を加えた後に窓関数をかけたもの	25
4.30	ノイズの波形 1 つに FFT をかけたもの	26
4.31	ノイズの波形 1 つに窓関数をかけた後 FFT をかけたもの	26

4.33	ノイズの波形 1 つに直線を加えて窓関数をかけた後に FFT をかけたもの	26
4.34	^{109}Cd の波形に FFT をかけたもの	27
4.35	ノイズの波形に FFT をかけたもの	27
4.36	^{109}Cd の波形に窓関数をかけた後に FFT をかけたもの	27
4.37	ノイズの波形に窓関数をかけた後に FFT をかけたもの	27
4.38	^{109}Cd の波形 1 つに直線を加えたものに FFT をかけたもの	28
4.39	ノイズの波形に直線を加えたものに FFT をかけたもの	28
4.40	^{109}Cd の波形に直線を加えてから窓関数をかけた後で FFT をかけたもの	28
4.41	ノイズの波形に直線を加えてから窓関数をかけた後で FFT をかけたもの	28
4.42	図 4.40 と 4.41 との比較．横軸の単位は，0.2MHz	29

第1章 序論

宇宙空間にはブラックホールや超新星爆発など高いエネルギーを放射する天体が数多く存在している。このような高エネルギー現象では可視光ではなくそれらが放射する X 線やガンマ線などの高エネルギー電磁波を観測することがその物理的性質を知るためには必要である。一般的にガンマ線などを観測するために半導体検出器という半導体を使ったものがよく用いられているが、その回路にはいろいろな状況において様々な雑音が発生するために正確な結果を得ることができない。これを解決するために検出器から得られたデータにノイズフィルターと呼ばれるノイズを取り除くフィルターを用いることによって、データから余分な部分を取り除き必要なデータのみを取り出すことが必要である。また、ノイズにも様々な種類があり、それに応じたフィルターに通さなければノイズが残ってしまうため、個々のノイズに対応した最適なフィルターを用いなければならない。したがって、最適なフィルターを見つけることはデータ解析において非常に役に立つであろう。

第2章 半導体検出器の電子回路雑音

2.1 電子回路雑音の種類

2.1.1 Thermal Noise

これは、電子回路内のキャリアが熱的に揺らぐ（ブラウン運動）ことによって素子の両端に現れる不規則な電位差のことである。このノイズはエネルギー消費が行なわれる所、すなわち、外界と熱的な相互作用を起こす所では必ず発生し揺らぎに相当する電位差が生じる。したがって、理想的なコイルやコンデンサーでは発生しない。また、このノイズはジョンソン雑音とも言う。

このノイズのパワースペクトルを求めるためにLCR共鳴回路を考えると、抵抗内でのキャリアの熱的揺らぎはL及びCに静電ポテンシャルとして蓄えられる。そのエネルギーは、電流の揺らぎを*i*、電圧の揺らぎを*v*とすると式(2.1)で与えられる。

$$E = \frac{Li^2}{2} + \frac{Cv^2}{2} \quad (2.1)$$

これは1次元調和振動子の場合と等価であるから、第1項と第2項の平均エネルギーは式(2.2)となる。

$$\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2}kT \quad (2.2)$$

また、抵抗に発生する熱雑音電圧とその結果コンデンサーの両端に現れる電圧との関係は式(2.3)のように計算できる。

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \int_0^\infty \frac{N_V(f)df}{1 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2 R^2} \quad (\omega \equiv 2\pi f) \\ &\simeq \frac{N_V(f_0)}{4CR} \end{aligned} \quad (2.3)$$

今、共鳴周波数を $f_0 \left(\equiv \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right)$ として、回路は同調されているとする。LとCの値によって f_0 は任意の値をとり得るので、結局 $N_V(f)$ は式(2.2)と式(2.3)より式(2.4)と求められ、周波数に依存しないことが分かる。

$$N_V(f) = 4kTR \quad [V^2/Hz] \quad (2.4)$$

また、キャリアの衝突時間を τ_c とした時にキャリア速度の相関が $\exp\left(-\frac{|t|}{\tau_c}\right)$ のように有効時間の減衰を示す場合、 $N_V(f)$ に $\frac{1}{1+\omega^2\tau_c^2}$ という周波数依存性が現れる。しかしほとんどの場合、 τ_c は問題にならないほど短いので thermal noise は白色雑音と考えられる。

なお、式(2.4)は抵抗に直列に存在する電圧ノイズパワーであるが、これを次の式(2.5)のように抵抗に並列に存在する電流パワーノイズとして表しても等価である。

$$N_I(f) = \frac{N_V(f)}{R^2} = \frac{4kT}{R} \quad (2.5)$$

これは、真空管や半導体素子で問題になる電流性ノイズであり、Thermal Noise がキャリア速度の揺らぎであったのに対して、Shot Noise はキャリア数の揺らぎにより生じる雑音のことである。以下では両者に相関がないと仮定する。

光が半導体などの媒質に吸収されると光子エネルギーにより内部では電子やホールなどの粒子が発生する、この時媒質の両端に電圧が加えられているとキャリアの移動により電流が流れるが、光電効果の過程が時間的に均一ではない確率過程であるために電流に揺らぎが生じる。流れる電流 $I(t)$ は半導体中のキャリア数 $N(t)$ に比例するはずであるから電流揺らぎ $i(t) = I(t) - I$ の自己相関関数を計算すると式 (2.6) のようになる。

$$\overline{i(t) \cdot i(t + \tau)} = \frac{I^2}{N^2} \cdot \overline{N(t) \cdot N(t + \tau)} \quad (2.6)$$

ここで、相関 $R_N \equiv \overline{N(t) \cdot N(t + \tau)}$ を考えると、これは時刻 t に存在したキャリアが時刻 $t + \tau$ における電流揺らぎに与える影響を示すものである。よって、キャリアの平均寿命を τ_l 、電極間の平均ドリフト時間を τ_d とすると、 R_N は前者によって指数関数的に減少し、後者によって直線的に減少すると考えられるので式 (2.7) のようにおける。

$$\begin{aligned} R_N(\tau) &= \overline{N^2(t)} \cdot \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_d}\right) \cdot \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_l}\right) \quad (|\tau| \leq \tau_d) \\ &= 0 \quad (|\tau| > \tau_d) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Wiener-Khintchine の公式より $i(t)$ のパワースペクトル $N_I(f)$ は下記の式 (2.8) を計算することにより求まる。ここでは、 $I = \frac{eN}{\tau_d}$ と表し、 $\overline{N^2(t)} = \alpha N$ とおいて計算した。

$$\begin{aligned} N_I(f) &= 2 \cdot \frac{I^2}{N^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_N(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad [\text{A}^2/\text{Hz}] \\ &= 2eI \cdot \frac{\alpha}{\tau_d} \cdot \int_{-\tau_d}^{\tau_d} \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_d}\right) \cdot \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_l}\right) \exp(-i\omega\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.8)$$

また、理想的な金属の場合は ($\alpha = 0$) で、単一金属中に電流を流してもこのノイズは起こらない。次に2つの場合を考えると

- $\tau_l \ll \tau_d$ の場合

$$N_I(f) \simeq 2\alpha eI \cdot \frac{2\tau_l/\tau_d}{1 + \omega^2\tau_l^2} \quad (2.9)$$

- $\tau_l \gg \tau_d$ の場合

$$N_I(f) \simeq 2\alpha eI \cdot \frac{\sin^2(\omega\tau_d/2)}{(\omega\tau_d/2)^2} \quad (2.10)$$

典型的な半導体 p-n 接合で逆バイアスの場合は式 (2.10) が適用でき、高周波領域にならない限りノイズパワースペクトルは $N_I(f) \simeq 2\alpha eI$ と表せる。これより、shot noise は白色雑音として近似できる。

このノイズは、電気伝導率が緩やかに揺らぐことにより発生する電流性ノイズで、キャリア寿命の分散が原因であると考えられる。また、一般的に $1/f$ ノイズと呼ばれる。

半導体内を流れる電流キャリアと表面酸化層内 trap 準位との相互作用を考えると、半導体表面を流れるキャリアは tunnel 効果により酸化層内で trap されるのだが、支配的な trap 順位が表面からどの程度の深さに存在するかによってキャリアの寿命は大きく変動する。そこで trap 準位は深さの方向である z に一様に分散していると仮定すると、その分布関数は

$$f(z)dz = dz/z_{max} \quad (0 < z < z_{max}) \quad (2.11)$$

とおける。また、tunneling 確率は距離とともに指数関数的に減少することからキャリア寿命 τ_l は指数関数的に増大して下の式 (2.12) のように表せる。

$$\tau_l = \tau_{min} \exp(\beta z) \quad (2.12)$$

よって、この時の τ_l の分布は式 (2.11) より、 $\tau_{max} \equiv \tau_{min} \exp(\beta z_{max})$ とおくと

$$f(\tau_l)d\tau_l = \frac{d\tau_l/\tau_l}{\ln \tau_{max}/\tau_{min}} \quad (\tau_{min} < \tau < \tau_{max}) \quad (2.13)$$

この分布関数を用いて式 (2.9) における $N_I(f)$ の τ_l についての平均を計算すると

$$\begin{aligned} N_I(f) &= 4 \frac{\alpha I^2}{N} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \frac{\tau_l}{1 + \omega^2 \tau_l^2} \cdot \frac{d\tau_l/\tau_l}{\ln \tau_{max}/\tau_{min}} \\ &= \frac{4\alpha I^2}{\omega N \ln \tau_{max}/\tau_{min}} (\tan^{-1} \omega \tau_{max} - \tan^{-1} \omega \tau_{min}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

と求まる。また、 $1/\tau_{max} < \omega < 1/\tau_{min}$ の周波数領域におけるノイズパワーは

$$N_I(f) \simeq \frac{\alpha I^2}{f N \ln \tau_{max}/\tau_{min}} \propto \frac{1}{f} \quad (2.15)$$

のようになり、 $1/f$ の周波数依存性をもつことが示される。

2.1.4 Burst Noise

半導体ダイオードや集積回路などで突発的に発生する矩形波状のノイズであり、別名 Popcorn Noise と呼ばれる。このノイズは半導体格子欠損や金属不純物が原因で発生すると考えられ、製造プロセスそのものに原因があると思われる。ノイズパワースペクトルは大体 $1/f^2$ に比例する電流性ノイズである。

2.2 ノイズスペクトル

回路に発生するノイズを考える際、それに等価なノイズ電圧 v_n とノイズ電流 i_n に置き換えて考えると便利である。すなわち、回路はノイズが無い理想的なデバイスと、入力部につながれた2つの noise generator v_n 、 i_n からなると考えるのである。

そこで、半導体検出回路の場合も、等価な2つの基本的な noise generator を回路に挿入してみる。

$$i_{np}(t) = \sum_{\lambda} i_n \delta(t - \lambda) \quad (2.16)$$

これは検出器の内部抵抗の熱雑音や漏れ電流のショットノイズなどを表す。半導体検出器の電荷収集時間 t_r が雑音時定数 τ_c に比べて非常に短い時、信号はデルタ関数的パルスとみなせるので、これらのノイズは信号と同じ性質のものである。よって、このようなノイズしか存在しない場合は、どんなフィルターを通して意味が無い。

前節の結果から、この電流性ノイズ i_{np} のパワースペクトル $N_I(f)$ は、検出器に並列でつながっている全抵抗の合成値である並列等価雑音抵抗 R_p 、入力部に流れ込む電流の和である入力漏洩電流 I_0 を用いて式 (2.17) と表せる。

$$N_I(f) = \frac{4kT}{R_p} + 2eI_0 \quad [\text{A}^2/\text{Hz}] \quad (2.17)$$

今、計算を簡単にするため N が完全なポアソン統計に従うとして $\alpha = 1$ とする。(これを full shot noise という。)

- 検出器と直列な voltage generator

$$v_{ns}(t) = \sum_{\lambda} e_n \sigma(t - \lambda) \quad (2.18)$$

これは、アンプのノイズを表す。これは、等しい電圧を出す入力容量 C_{in} に並列な current generator i_{ns} と考えることができることより回路で、

$$I_{ns}(\omega) = C_{in} \left(i\omega + \frac{1}{C_{in}R_p} \right) V_{ns}(\omega) \quad (2.19)$$

という関係が成立する。したがって、個々のパルスは

$$\begin{aligned} i_{ns}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} C_{in} \left(i\omega + \frac{1}{C_{in}R_p} \right) e_n \exp(i\omega t) d\omega \\ &= e_n C_{in} \left[\delta'(t) + \frac{1}{\tau_{in}} \delta(t) \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

となる。また、 $\tau_{in} = C_{in}R_p$ とする。 i_{np} の場合と同様に、電圧性ノイズ v_{ns} のパワースペクトル $N_V(f)$ は検出器に直列につながっている全抵抗の合成値である直列等価雑音抵抗 R_s を用いて

$$N_V(f) = 4kTR_s \quad [\text{V}^2/\text{Hz}] \quad (2.21)$$

と表せる。このスペクトルを式 (2.19) を用いて C_{in} に並列は電流性ノイズ I_{is} のパワースペクトル $N_{I'}(f)$ に変換すると

$$\begin{aligned} N_{I'}(f) &= \left| C_{in} \left(i\omega + \frac{1}{C_{in}R_p} \right) \right|^2 N_V(f) \\ &= N_V C_{in}^2 \left(\omega^2 + \frac{1}{C_{in}R_p} \right) \quad [\text{A}^2/\text{Hz}] \end{aligned} \quad (2.22)$$

のようになる。

以上の二つの入力部における入力ノイズ電圧 $v_{in}(f)$ は式(2.17)と式(2.22)の和である。

$$\begin{aligned} N(f) &= N_I + N_V C_{in}^2 \left(\omega^2 + \frac{1}{\tau_{in}^2} \right) \\ &= \left(\frac{4kT}{R_p} + 2eI_0 \right) + 4kTR_s C_{in}^2 \left(\omega^2 + \frac{1}{\tau_{in}^2} \right) \quad [\text{A}^2/\text{Hz}] \quad (2.23) \end{aligned}$$

なお、この章と次の 3.1 ~ 3.3 は東京大学・金田氏の修士論文を参照した。

第3章 フィルターと波形整形

3.1 フィルターについて

フィルターとは、周波数帯域の選別や不必要な帯域を除去し信号を適切な波形に整形し出力するものである。今、ノイズが式 (2.23) のような形与えられる時、信号を $A_0 \cdot s(t)$ (フーリエ変換は $A_0 \cdot S(\omega)$) として、信号波形とノイズのスペクトル $N(\omega)$ が分かっているならば、信号の振幅が最大になる時間 T_m において S/N パワー比を最大にするフィルターの信号出力は

$$g(T_m) = \frac{A_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot S(\omega) \exp(i\omega T_m) d\omega \quad (t = T_m) \quad (3.1)$$

と書ける。この式の $H(\omega)$ はフィルター関数と呼ばれ、この値を変えてやることで様々な形のフィルターを作ることができる。

3.2 最適フィルター問題

式 (3.1) でフィルターが定義される時、それを入力信号における最適なフィルターにするには、式 (3.1) のフィルター関数 $H(\omega)$ を変えてやればよい。

$t = T_m$ の時の平均ノイズパワーに対する信号パワー比は

$$\rho = \frac{\left[A_0 \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \cdot S(\omega) \exp(i\omega T_m) d\omega \right]^2}{4\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 N(\omega) d\omega} \quad (3.2)$$

となる。この比が最大になる時の $H(\omega)$ が最適なフィルター関数である。この比の最大値は次の Schwarz の不等式を用いると求まる。

$$\left| \int u(\omega) \cdot v(\omega) d\omega \right|^2 \leq \int |u(\omega)|^2 d\omega \cdot \int |v(\omega)|^2 d\omega \quad (3.3)$$

等号は k を任意の定数として、 $u(\omega) = kv^*(\omega)$ の時に成立

ここで、 $u(\omega)$, $v(\omega)$ として

$$\begin{aligned} u(\omega) &= H(\omega)N_-(\omega) \\ v(\omega) &= S(\omega)/N_-(\omega) \exp(i\omega T_m) \end{aligned} \quad (3.4)$$

これを式 (3.3) に代入すると、 ρ の最大値は

$$\rho_{max} = \frac{A_0^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \{|S(\omega)|^2/N(\omega)\} d\omega \quad (3.5)$$

となり、この時の $H(\omega)$ 、すなわち最適フィルター関数は

$$H(\omega) = k\{S^*(\omega)/N(\omega)\} \exp(-i\omega T_m) \quad (3.6)$$

ここで、式 (3.6) はノイズスペクトル $N(\omega)$ を白色雑音 N_0 に変換する第 1 段フィルターと、最適フィルターを完成させるための第 2 段フィルターからなるとする。今、入力信号がデルタ関数的であると仮定し、式 (2.23) の値を用いて具体的に最適フィルター出力波形を調べてみる。

まず、式 (2.23) より $N(\omega)$ は

$$\begin{aligned} N(\omega) &= \frac{N(f)}{4\pi} \equiv N_0(1 + \omega^2\tau_c^2) \\ N_-(\omega) &= N_0^{\frac{1}{2}}(1 + i\omega\tau_c) \end{aligned} \quad (3.7)$$

と書ける。 τ_c は雑音時定数と呼ばれるもので $\tau_c \equiv \sqrt{\frac{N_V C_{in}^2}{N_I}}$ と定義される。第 1 段は時定数が τ_c の積分フィルターと等価であるので、第 1 段フィルターの出力波形は、

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_c} \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right) & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

となる。よって、最適フィルターを通した時の出力波形は

$$\begin{aligned} g(t) &= \int_{-\infty}^{infy} f(T_m - \tau) f(t - \tau) d\tau \\ &= \exp\left(-\frac{|t - T_m|}{\tau_c}\right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

と求まる。このように、ノイズのパワースペクトルが式 (2.23) で与えられる場合、カプス状に整形するフィルターが最適であることが示された。

また、式 (3.5) を用いて ρ_{max} を計算する。 $F(\omega) = \frac{N_0^{\frac{1}{2}}}{N_-(\omega)} \cdot S(\omega)$ を用いて式 (3.5) を変形すると

$$\rho_{max} = \frac{1}{2\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt \quad (3.9)$$

となる。これに、第 1 段フィルター出力波形である式 (3.8) を代入して積分すると

$$\rho_{max} = \frac{1}{N_I \tau_c} = \sqrt{\frac{1}{N_I N_V C_{in}^2}} \quad (3.10)$$

と求まる。ここで、 $\rho = \frac{1}{Q_{ENC}^2}$ であることから、実現可能な最小の等価雑音電荷 Q_{min} は

$$Q_{min} = \sqrt{\frac{1}{\rho_{max}}} = \sqrt[4]{N_I N_V C_{in}^2} \quad (3.11)$$

となる。

3.3 Shaping Amp

Shaping Amp とはノイズフィルターであり、信号をガウシアン整形して出力する役割をもった増幅器である。ガウシアン整形をした時の信号の出力波形 $g(t)$ は

$$g(t) = \exp\left(-\frac{(t - T_m)^2}{\tau}\right) \quad (3.12)$$

$$Q_{ENC,min} = 1.12\sqrt[4]{N_I N_V C_{in}^2} = 1.12 \cdot Q_{min} \quad (3.13)$$

となり、ガウシアン整形は最適なフィルターであるカプス状整形の値より大きくなり、最適なフィルターではないことがわかる。

3.4 高速フーリエ変換

3.4.1 フーリエ変換

時間に関するフーリエ変換とは、ある時間領域の信号を周波数領域で表すものである。フーリエ変換の定義式は、ある連続な関数 $f(t)$ (t =時間) において、角周波数を $\omega = 2\pi f$ とするとき

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (3.14)$$

となる。今、 $\exp(-i\omega t)$ というのはオイラーの公式

$$\exp(\pm i\omega t) = \cos(\omega t) \pm i \sin(\omega t) \quad (3.15)$$

より、複素軸での正弦波を表している。ここで、信号を正弦波 $f(t) = \exp(i\omega_0 t)$ として考えると式 (3.14) より

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-i(\omega - \omega_0)t\} dt \quad (3.16)$$

となる。そこで、 $\omega_1 = \omega - \omega_0$ と置き換えると、これは $F(\omega)$ は $\exp(i\omega_1 t)$ を $t = -\infty \sim +\infty$ まで積分したものになる。 $\omega \neq \omega_0$ の時は、正弦波は同じ波形の繰り返しなので図 (3.1) のような1周期分 ($-\pi \sim \pi$) 積分すればよい。正弦波の正の部分と負の部分の面積は同じであるためにこの信号の1周期ぶんの積分すると0になる。しかし、 $\omega = \omega_0 = 0$ の時は、信号 $f(t) = \exp(i\omega_0 t)$ の絶対値は1であり、かけ算した正弦波の絶対値も1であるので $F(\omega_0)$ の値は1になる。よって、図 (3.1) をフーリエ変換すると図 (3.2) のようなデルタ関数になる。

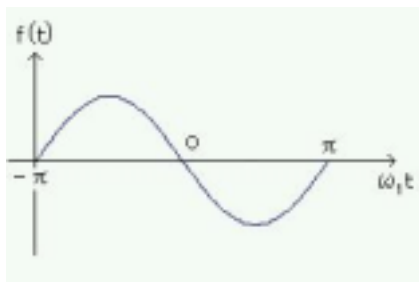


図 3.1: 正弦波のグラフ

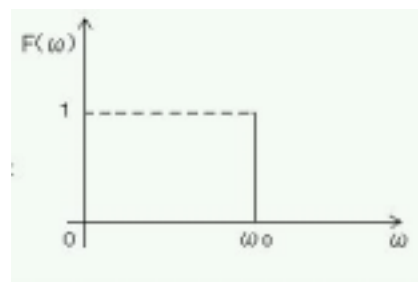


図 3.2: 正弦波のフーリエ変換

また、信号が正弦波ではなくもっと複雑な信号をフーリエ変換した場合は、複雑な信号も実はいくつかの周波数の異なった正弦波の合成とかがえることができるので正弦波の場合と同様に考えることができる。

離散フーリエ変換 (DFT) とは、フーリエ変換の無限区間積分を有限の和に変えたもので、時間領域、周波数領域ともに離散化されたフーリエ変換のことである。アナログ信号 (連続時間) でのフーリエ変換は式 (3.1) のように表せる。しかし、デジタル信号では $f(t)$ は離散時間 $t = NT$ (N は整数) でしか値をもたない (図 (3.3) 参照)。よって、フーリエ変換の式も離散的になり

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} (W_N)^{kn} f(n) \quad (k = 0, \dots, N-1) \quad (3.17)$$

$$W_N = \exp\left(\frac{2\pi i}{N}\right)$$

となる。これは、離散時間信号におけるフーリエ変換である。また、DFT は長さ N の離散信号をフーリエ変換する場合、 N^2 回の計算が必要であり、 N が大きい時は膨大な計算量になるという特徴がある。



図 3.3: 離散信号のグラフ

DFT とフーリエ変換の違いは、フーリエ変換は無限区間の積分であるのに対して、DFT は有限区間であるということである。フーリエ変換を DFT に置き換える場合、積分を有限で打ち切らないといけないので誤差が生じてしまう。また、DFT をフーリエ変換に置き換える場合、 N の周期で無限に続くデータに改ざんされてしまい、この周期的に拡張された関数はそのつなぎ目で不連続になってしまう (図 3.4)。それによって、DFT には大きな離散化誤差が生じてしまう。これは、窓関数を使い重みを付けてやることによって周期関数になり誤差は大幅に改善できる。(図 3.5)

高速フーリエ変換 (FFT) とは、上記で述べた DFT の計算量を少なくするための方法であるので、厳密な意味ではフーリエ変換ではない。今、式 (3.17) で W_N が k についての周期性 (周期 N) があり、複素平面上で規則的な対称性をもつことより、 $N = N_1 N_2$ と因数分解できるとすると

$$n = n_1 + n_2 N_1, \quad k = k_1 + k_2 N_2$$

$$0 \leq n_1, k_1 < N_1, \quad 0 \leq n_2, k_2 < N_2$$

$$\omega_1 = \exp\left(\frac{2\pi i}{N_1}\right), \quad \omega_2 = \exp\left(\frac{2\pi i}{N_2}\right)$$

とにおいて、

$$F(k_1 + k_2 N_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \omega_1^{n_1 k_1} \omega^{n_1 k_2} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \omega_2^{n_2 k_2} f(n_1 + n_2 N_1)$$

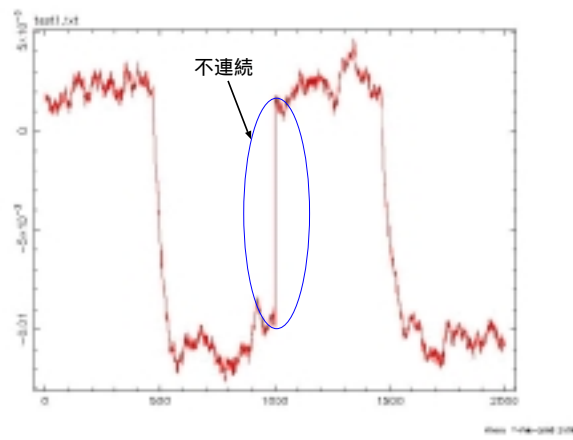


図 3.4: パルス波 2 周期分の波形

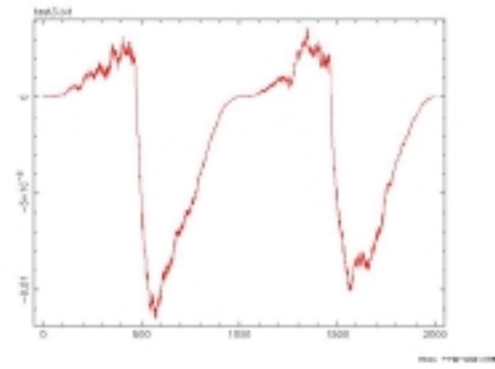


図 3.5: 図 (3.4) のパルス波に窓関数を掛けたグラフ

と書ける。すなわち、 N_1 と N_2 のフーリエ変換に分解できる。特に、 $N = 2^n$ の場合は式 (3.17) より N^2 回の複素数演算をしなければならないが、 $N = 2$ のフーリエ変換を繰り返すことによって $N \log N$ 回の演算数で計算することができる。この方法が高速フーリエ変換のアルゴリズムである。

3.5 エネルギー分解能

エネルギー分解能とは、検出器の性能を比べるための値であり、X 線などの一定のエネルギー値を持つ放射線を測定する時に、エネルギー値が近い 2 つの異なる放射線を区別して検出する能力を表す値である。この値は小さいほどその能力が優れていて、2 つの X 線のエネルギーが接近していても区別することができる。半導体検出器では、放射線によって作られたキャリア（電子と正孔）が初段増幅器に入る。この検出器では電子回路系の雑音による成分とポアソン揺らぎによる成分がエネルギー分解能に影響を与える。しかし、半導体検出器ではポアソン揺らぎは小さく電子回路雑音が大きく影響を与える。したがって、今は電気回路雑音の影響を考える。電気回路雑音 $\sqrt{N(f)}$ がエネルギー分解能に与える影響は、エネルギーを E とすると

$$\text{エネルギー分解能} = \frac{\Delta E}{E} = \frac{\sqrt{N(f)}}{E} \propto \frac{a}{E} \quad (3.18)$$

となる。

3.6 本研究の目的

半導体検出器は、分解能が良いのでガンマ線観測などに良く用いられている。しかし、半導体検出器を用いた観測では、電子回路雑音などによりデータにノイズが乗ってしまい、正確な観測データを得ることができない。正確なデータを得るためにノイズフィルターという、ノイズ成分を取り除くものを使うことにより必要なデータだけを取ることができる。

本研究の目的は、高速フーリエ変換 (FFT) を用い、理論式に沿って波形整形した信号と Shaping Amp 回路を通して整形した後の信号を比べることで、一般的に用いられている

より最適なノイズフィルターを探すことを目的とした。

第4章 最適ノイズフィルターの試行

この章では、最適ノイズフィルターの試行するために行なった実験について述べていきたい。

4.1 実験方法とそのセットアップ

4.1.1 フォトダイオードとプリアンプ

- フォトダイオード（光ダイオード）

フォトダイオードはPIN型半導体検出器のことであり、エネルギー分解能がよくて、消費電力も少ない、そして大きさが小さくさらに頑丈であるという特徴を持つ。PIN型半導体とは図4.1にあるような構成をした半導体である。図4.1にあるように、p型半導体とn型半導体を接合（PN接合）して、p層に負、n層に正の電圧を掛けると電子と正孔は互いにはなれる方向に移動するために接合面にはキャリアが存在しなくなる。このキャリアが存在しない空間を空乏層という。また、空乏層は絶縁層なので電流はほとんど流れない。

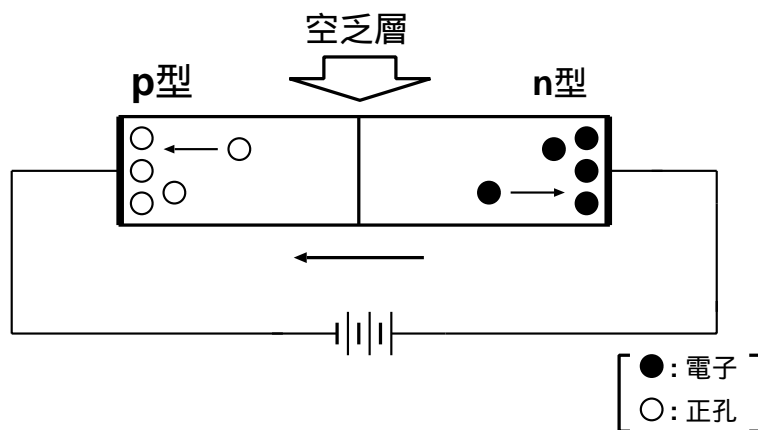


図 4.1: PIN 半導体の仕組み

今、図4.2にあるように検出器の中にX線が入射すると、光電効果で生じた光電子やコンプトン散乱されたコンプトン電子が空乏層中を走ることにより、多数の電子と正孔を生成する。この電荷は空乏層に生じた電場によってp層に正孔が、n層に電子が移動するため電極よりそれは電荷信号として読み取ることができる。

フォトダイオードでは電流パルスの大きさは、失われた放射線のエネルギーに比例することから、出力パルスの電荷量より入射放射線のエネルギー E がわかる。

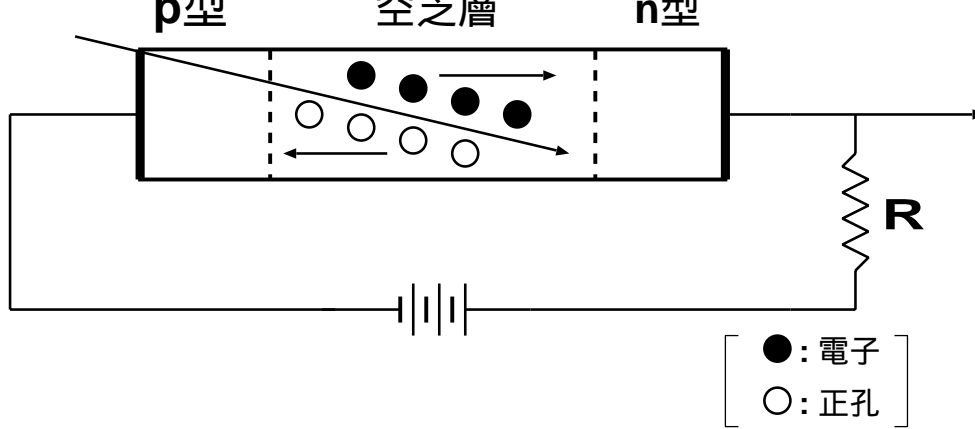


図 4.2: フォトダイオードの検出原理

● プリアンプ (前置増幅器)

一般的に検出器から出力される電荷は小さいので、増幅段を介さずに信号を解析するのは難しい。したがって、出力信号を増幅する役割をもつプリアンプを用いる必要がある。プリアンプには、電圧型と電荷型の2種類の増幅器がある。電荷型の増幅器は、図 4.3 のような回路構成をしている。これは、出力電圧は入力に加えたパルスの全積分電荷に比例する。

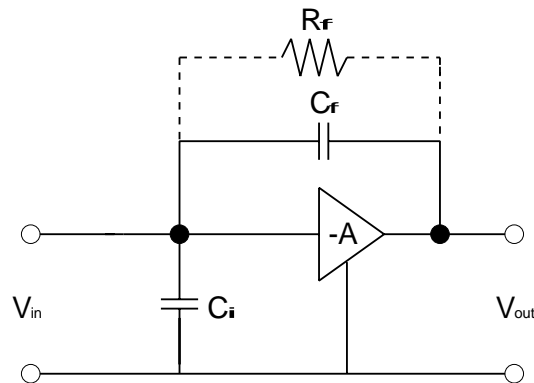


図 4.3: 電荷型プリアンプ

4.1.2 データ取り込み系

実験は、フォトダイオードを X 線検出器として使用し、装置を図 4.4 のようにセットアップして常温で測定を行なった。図 4.4 にある CSA というのは上記で述べた電荷型前置増幅器である。この実験では、フォトダイオードに放射線源 (^{109}Cd) をあて、フォトダイオードからの信号は CSA に入力され、その出力信号を Shaping Amp に入力し波形整形され AD 変換した後のデータと、Shaping Amp に入力する前の波形をパソコンに取り込んだデータを比較した。後者は、プログラム等を使い波形整形することになっている。また、装置の名称や設定値は図 4.5 の通りである。

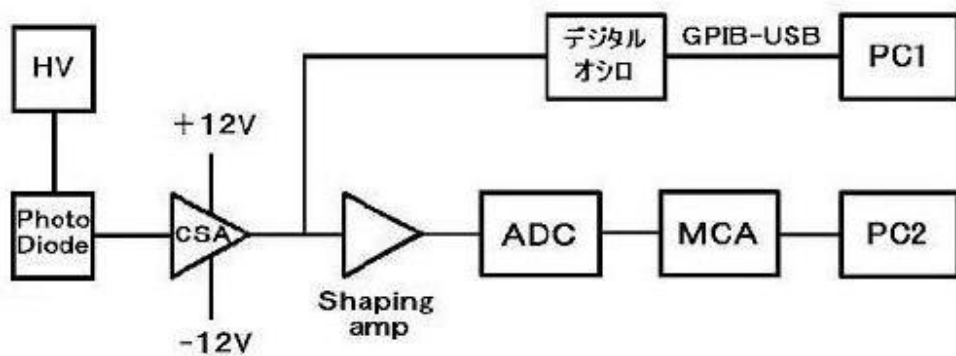


図 4.4: 実験のセットアップ

	形式	設定値
高圧電源	クリアパルス MODEL E6625	4 0 V
フォトダイオード	浜松ホトニクス SPL PD typeA	逆バイアス 4 0 V
CSA	クリアパルス CP580H	
Shaping Amp	ORTEC MODEL 571	Shaping time 2 μ s
ADC	Labo 2201A	

図 4.5: 各装置とその設定値

1. Shaping Amp + ADC を使った波形取得について

この方法では、CSA によって増幅された信号を Shaping Amp を通してガウス分布型の波形に整形し、それを ADC (アナログ・デジタル変換器) に通し信号をデジタル化することによってコンピュータ上で入射した放射線のエネルギー分布をヒストグラムとして得ることができる。

2. デジタルオシロと GPIB-USB を使った波形取得について Shaping Amp に入る前の信号波形をデジタルオシロスコープ (Tektronix 社製 TDS350) で出力し、そのデータを GPIB-USB (ナショナルインスツルメンツ社製) を用いてパソコンに出力することで、入力波形を加工せずにパソコンに取り込むことができる。また、GPIB-USB は LabVIEW ソフトウェアを使って波形データを取得したり、保存したりすることができるものである。LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench: ラボラトリ仮想計測器エンジニアリング) は、グラフィカルプログラミング言語 'G' をベースにした開発環境であり、多様なハードウェアと通信を行なえるライブラリ関数が組み込まれている。また、LabVIEW では技術者やエンジニア、科学者達にとってなじみのある用語やアイコン、考え方を採用し、プログラミング操

作では、その目的には、ハードウェアの能力を最大限に活用している。実験には、GPIB USB を経由してデジタルオシロから波形データを取得するというサンプルプログラム (TKTDS 3xx Getting Started.vi) を書き換えたダイアグラムを使用した。(図 4.6)

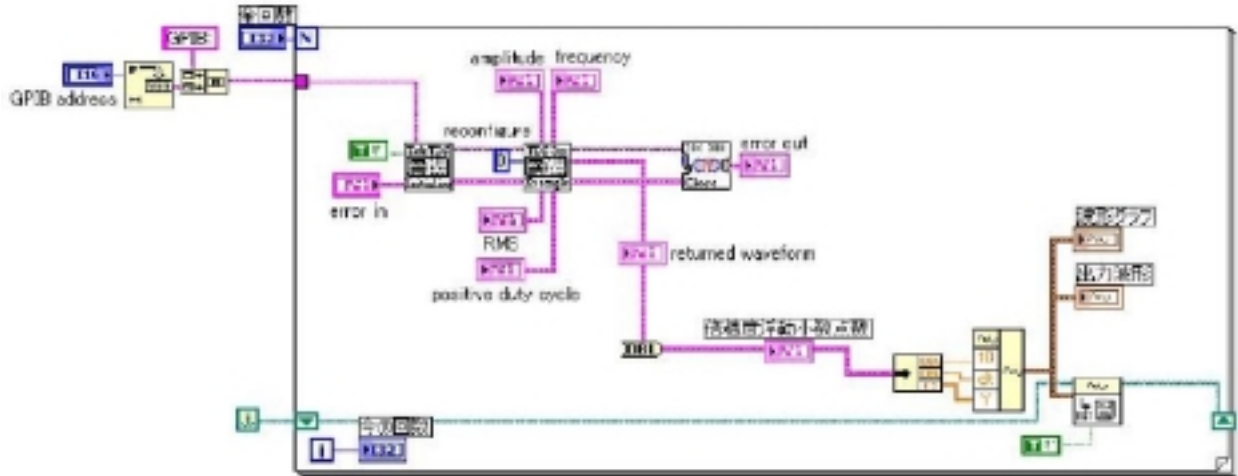


図 4.6: 波形取得に用いた LabVIEW のブロックダイアグラム

4.2 実験結果

4.2.1 Shaping Amp + ADC による方法

Shaping Amp + ADC の方法を用いて取得した波形のスペクトルは図 4.7 のようになる。このスペクトルには 22.2keV の $K - \alpha$ ラインとその右に 24.9keV の $K - \beta$ ラインが見えている。また、右端の方に 88keV のラインがある。この時のエネルギー $E(\text{keV})$ とパルスハイト $p(\text{ch})$ との相関を図 4.8 に示す。これらを使って分解能を求めると図 4.9 のようになる。

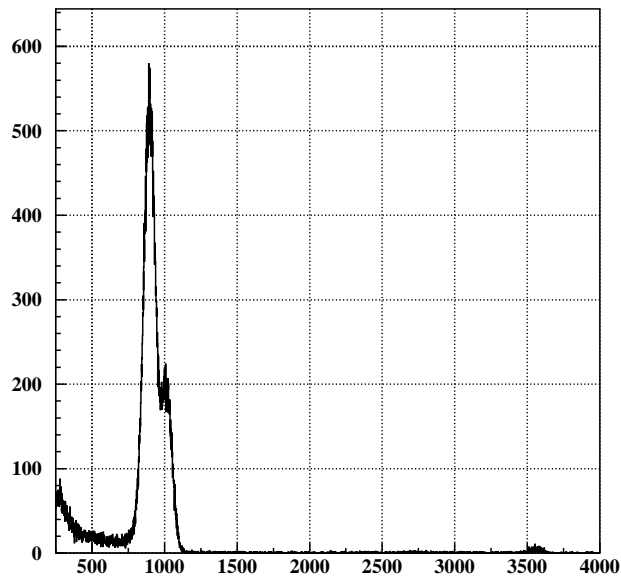


図 4.7: フォトダイオードで取得した $^{109}\text{Cd}(22.2\text{keV})$ のエネルギースペクトル。縦軸は count 数、横軸は channel。

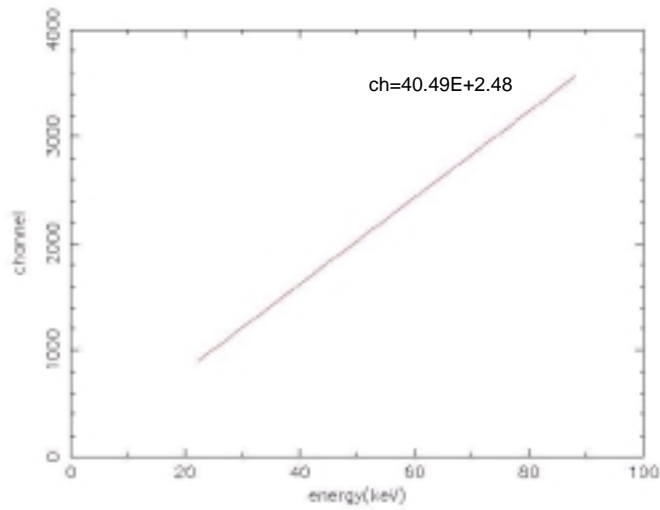


図 4.8: フォトダイオードに X 線を照射した時のエネルギーとパルスハイトの相関

peak channel	エネルギー分解能
896.4	2.30keV
3560.8	2.34keV

図 4.9: ピークチャンネルとエネルギー分解能

波形の取り込みは、波形の数 1699 コで時間は約 3 時間で取り込んだ。また、オシロの設定は 2mv、100ns として測定を行なった。また、以下のグラフでは縦軸はパルスハイト、横軸は 2ns を単位時間として表示しており、全部で $5\mu s$ の時間幅となる。なお、トリガーはオシロ側で調整した。また、この度の実験では、信号の波形をフーリエ変換する際、比較用のパルス波として Pulser (クリアパルス 9002 MERCURY PULSER) を使って発生させた波形についても考えた。

1. 図 4.10、4.11 は、取得した信号波形である。
2. 図 4.12、4.13 は、図 4.10、4.11 のそれぞれに窓関数と呼ばれる

$$W(n) = 0.5 \cdot \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right] \quad (0 \leq n \leq N-1) \quad (4.1)$$

という関数を使った (n:整数、N:データの数)。これは 1 つの波形の終りと次の波形の始まりが不連続になっているために大きな誤差を生じる。その誤差をなくすために不連続を連続に変える必要があるのでこの関数を使った。

3. 図 4.14、4.15 は、1 つの波形の終りの点と次の波形の始まりの点を直線で結ぶことによって波形がつながった時に連続になるようにした。これも、やはり不連続点での誤差をなくすために行なった。
4. 図 4.16、4.29 は、2 と 3 で行なったことを同時に行なうことでより良く不連続点での誤差をなくすことができる。これは、窓関数だけではあまりにも不自然なつながり方をするので、直線で結んでから行なうとより自然なつながり方をする。

以上の 4 つの場合についてそれぞれフーリエ変換をしてやり、比較してみる (図 4.18 ~ 4.25)。また、FFT は 3 章で述べたように波形の対称性を用いた変換であるために、出力した波形は左右対称のグラフになる。なお、フーリエ変換後のデータをパワースペクトルと呼ぶ。

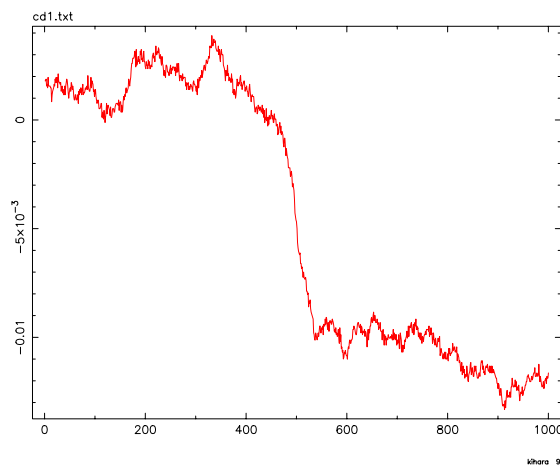


図 4.10: ^{109}Cd の波形 1 つ

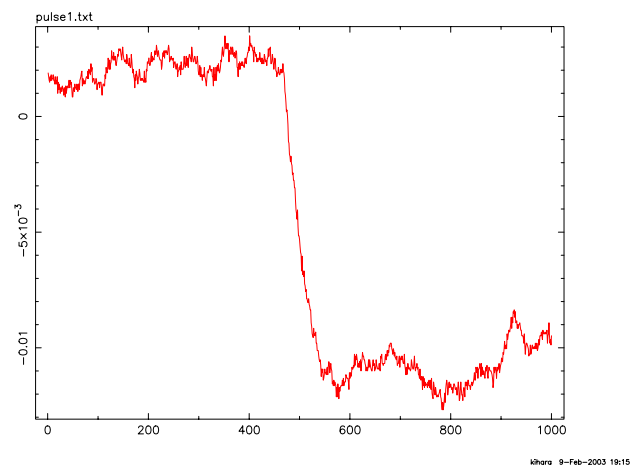
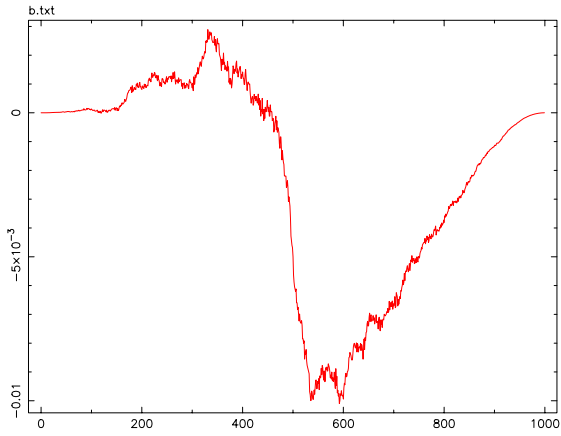
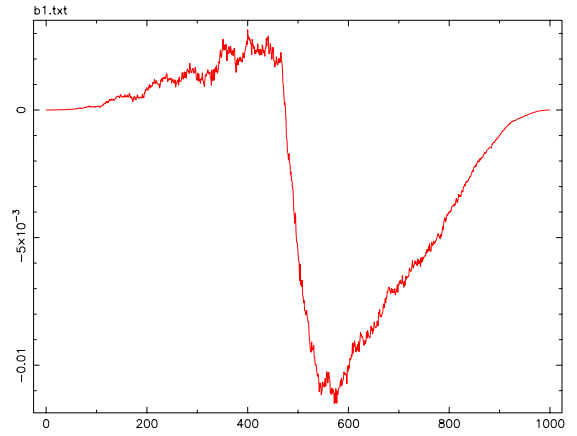


図 4.11: パルサーの波形 1 つ



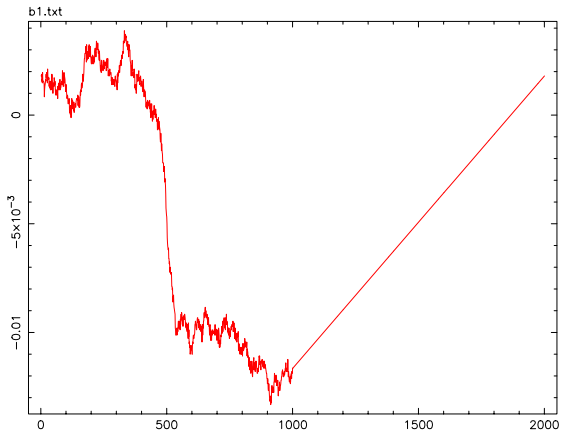
kihara 10-Feb-2003 00:46

図 4.12: ^{109}Cd の波形 1 つに窓関数をか
けたもの



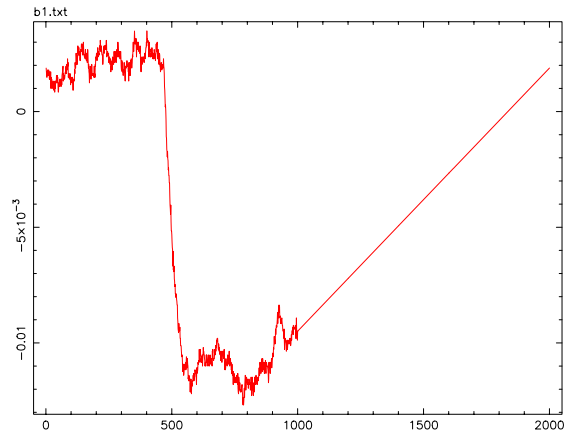
kihara 10-Feb-2003 00:47

図 4.13: パルサーの波形 1 つに窓関数
をかけたもの



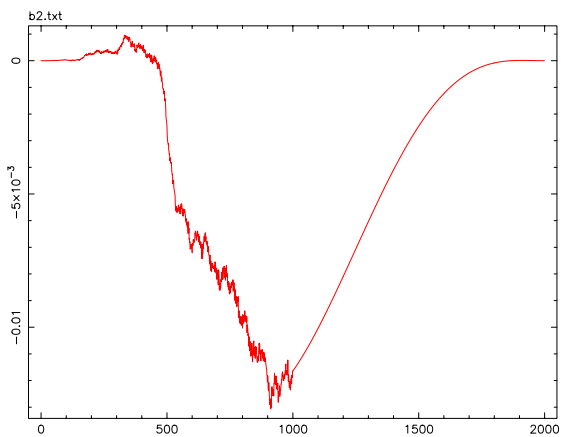
kihara 10-Feb-2003 00:30

図 4.14: ^{109}Cd の波形 1 つに直線をか
けたもの



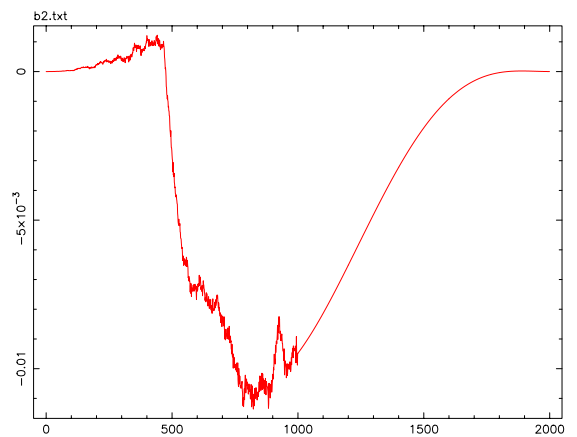
kihara 10-Feb-2003 00:28

図 4.15: パルサーの波形 1 つに直線をか
けたもの



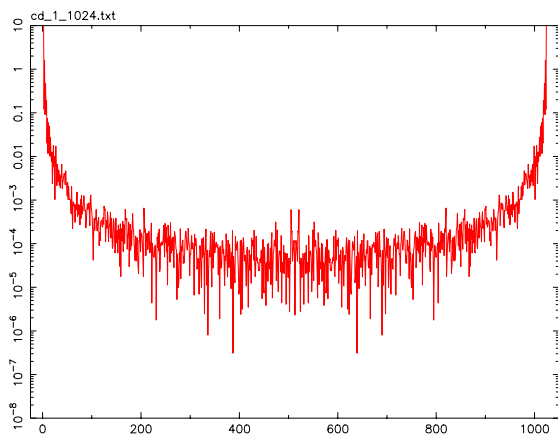
kihara 10-Feb-2003 00:31

図 4.16: ^{109}Cd の波形 1 つに直線をか
けたものに窓関数をかけたもの



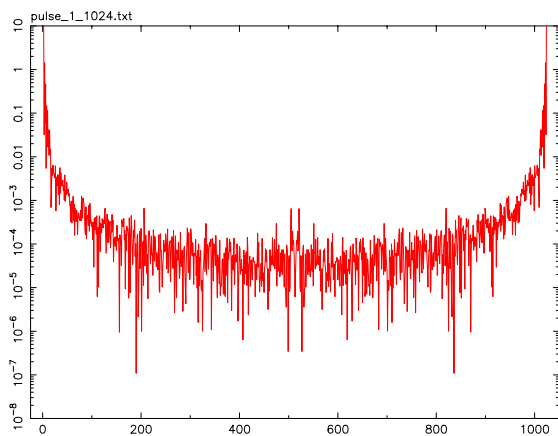
kihara 10-Feb-2003 00:28

図 4.17: パルサーの波形 1 つに直線をか
けたものに窓関数をかけたもの



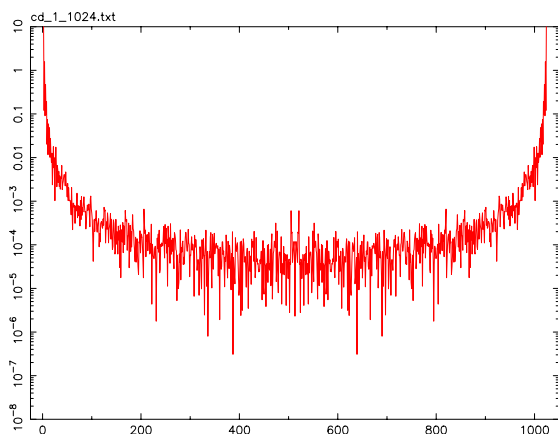
kihara 10-Jan-2003 14:59

図 4.18: ^{109}Cd の波形 1 つに FFT にか
けたもの



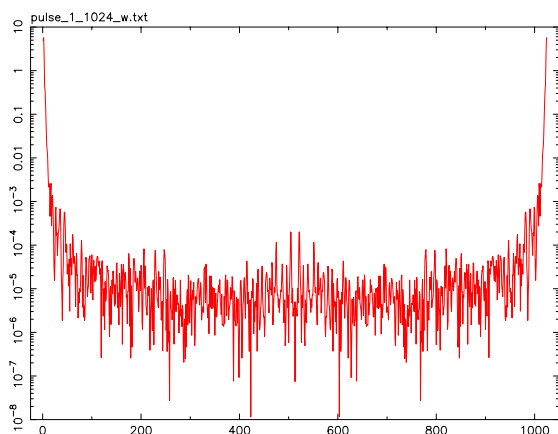
kihara 10-Jan-2003 15:19

図 4.19: パルサーの波形 1 つに FFT に
かけたもの



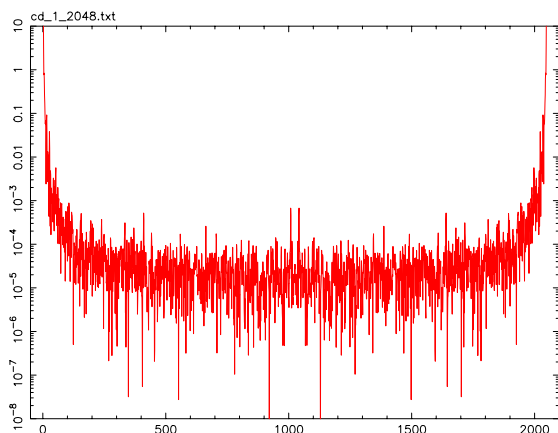
kihara 10-Jan-2003 14:59

図 4.20: ^{109}Cd の波形 1 つに窓関数をか
けた後で FFT にかけたもの



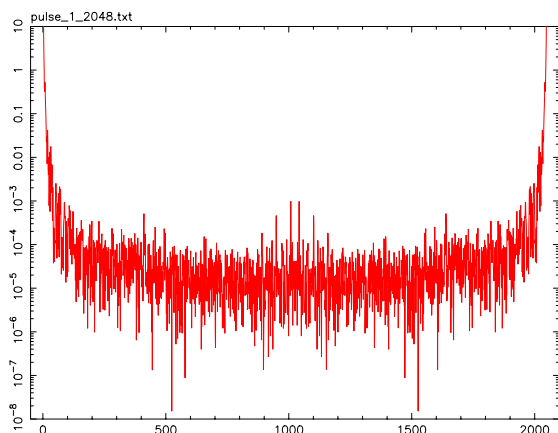
kihara 10-Jan-2003 15:21

図 4.21: パルサーの波形 1 つに窓関数
をかけた後に FFT にかけたもの



kihara 10-Jan-2003 15:00

図 4.22: ^{109}Cd の波形 1 つに直線を加え
て FFT にかけたもの



kihara 10-Jan-2003 15:20

図 4.23: パルサーの波形 1 つに直線を
加えて FFT にかけたもの

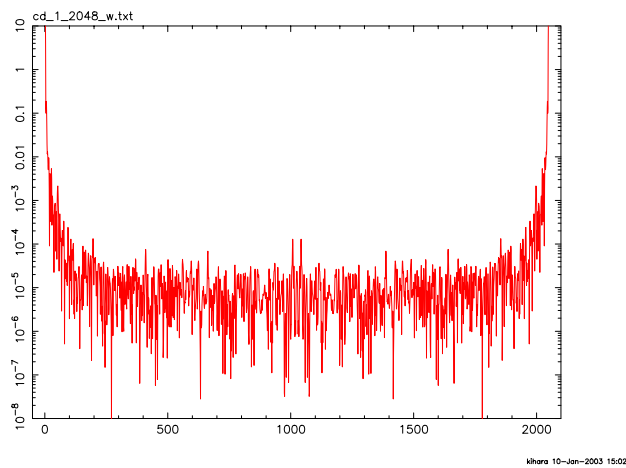


図 4.24: ^{109}Cd の波形 1 つに直線を加えて窓関数かけた後で FFT にかけたもの

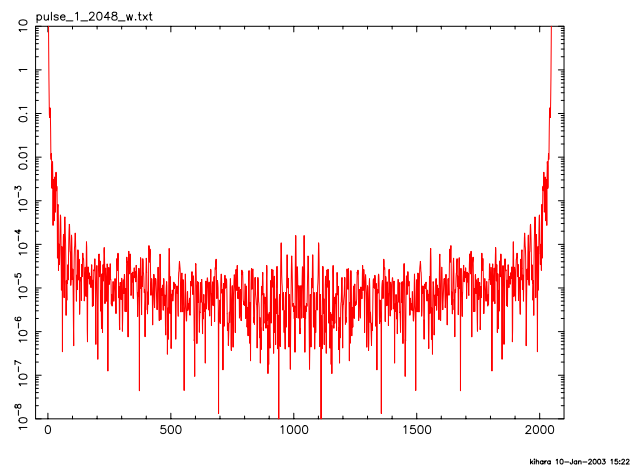


図 4.25: パルサーの波形 1 つに直線を加えて窓関数かけた後で FFT にかけたもの

ノイズの波形は2の方法で取得すると、図 4.26 となる。ノイズも信号と同じように波形1つについて4つの場合でFFTにかけた。

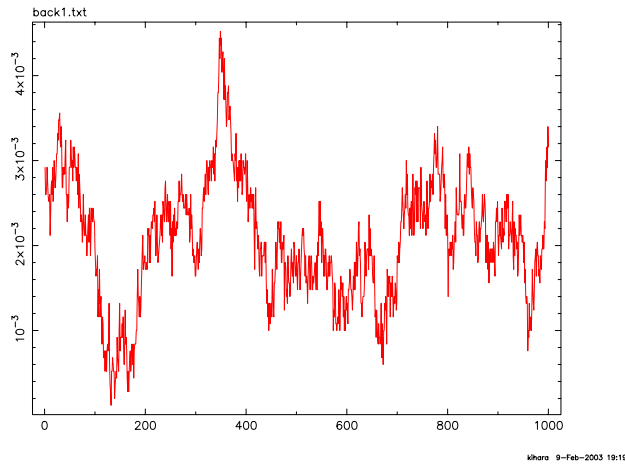


図 4.26: ノイズの波形1つ

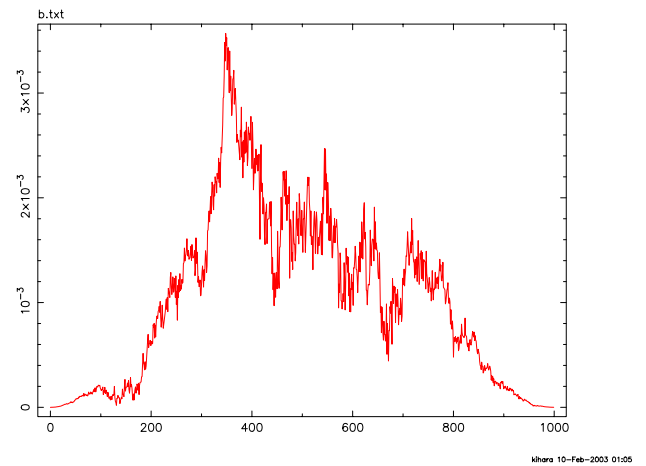


図 4.27: ノイズの波形1つに窓関数をかけたもの

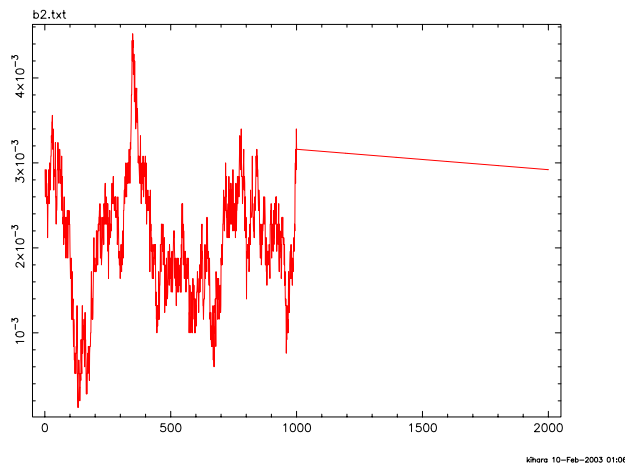


図 4.28: ノイズの波形1つに直線を加えたもの

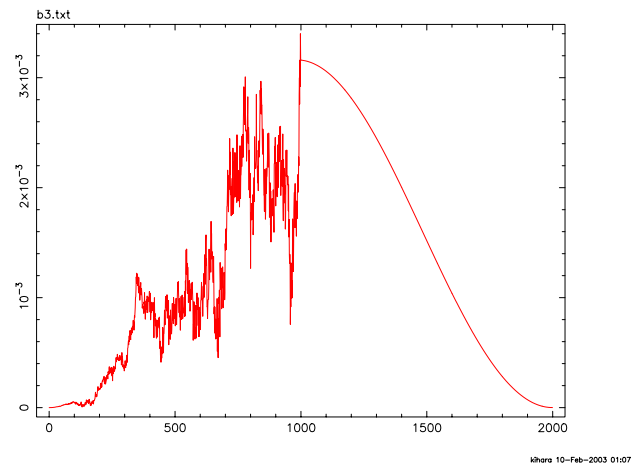


図 4.29: ノイズの波形1つに直線を加えた後に窓関数をかけたもの

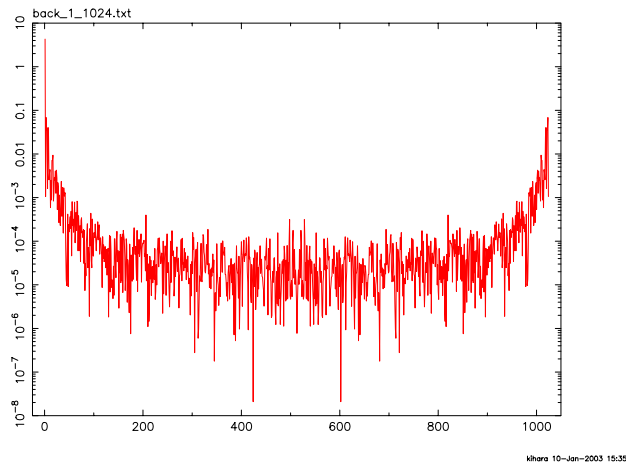


図 4.30: ノイズの波形 1 つに FFT をかけたもの

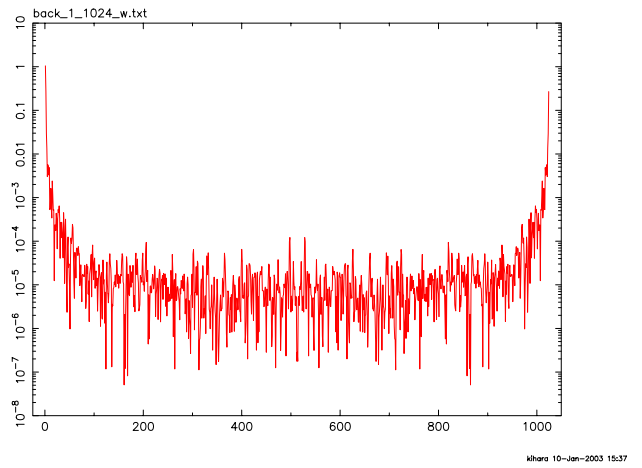


図 4.31: ノイズの波形 1 つに窓関数をかけた後 FFT をかけたもの

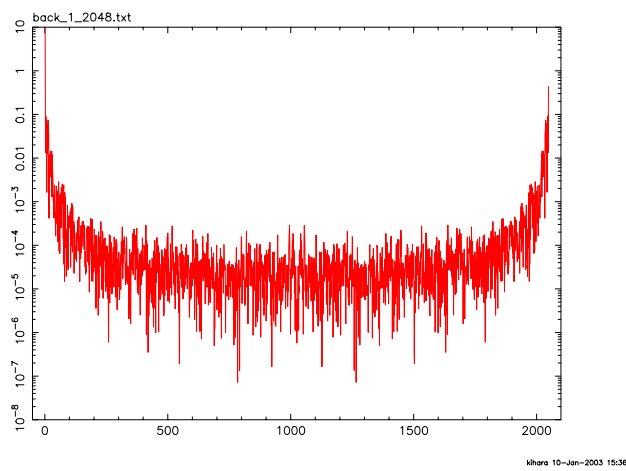


図 4.32: ノイズの波形 1 つに直線を加えた後に FFT をかけたもの

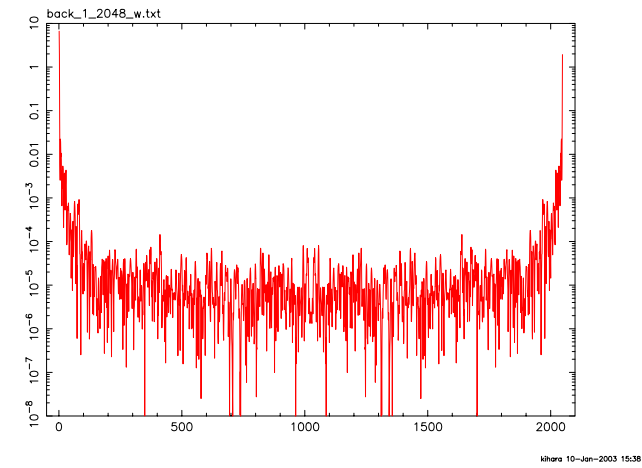


図 4.33: ノイズの波形 1 つに直線を加えて窓関数をかけた後に FFT をかけたもの

4.2.1 信号とノイズのパワースペクトルの比較

^{109}Cd の信号とノイズのパワースペクトルを比較した。

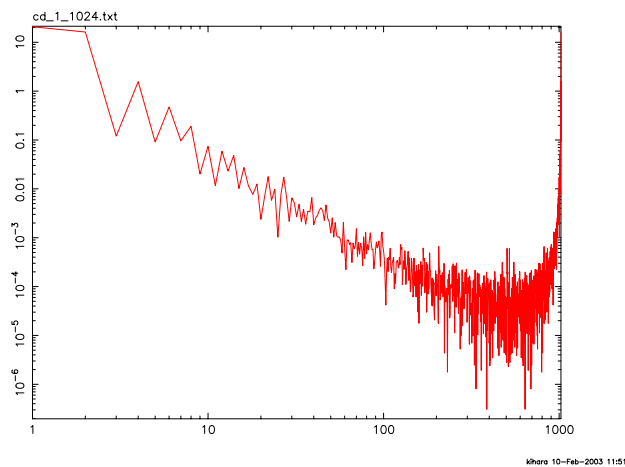


図 4.34: ^{109}Cd の波形にFFTをかけたもの

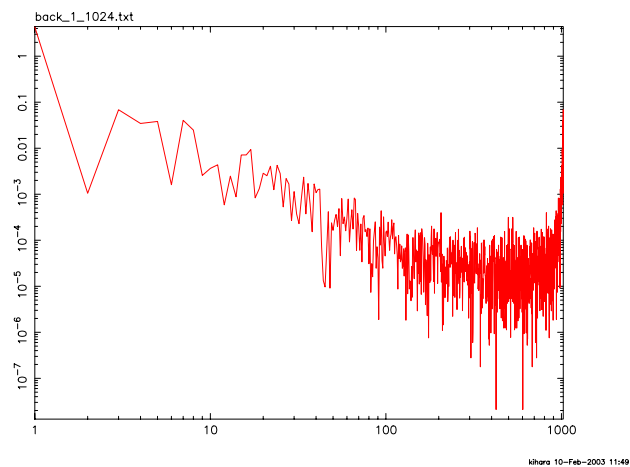


図 4.35: ノイズの波形にFFTをかけたもの

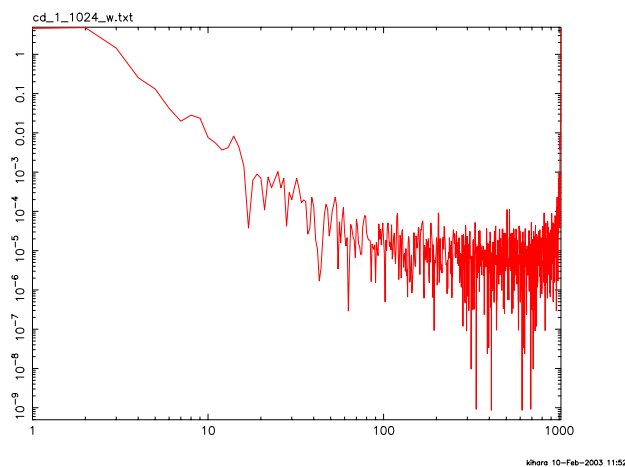


図 4.36: ^{109}Cd の波形に窓関数をかけた後にFFTをかけたもの

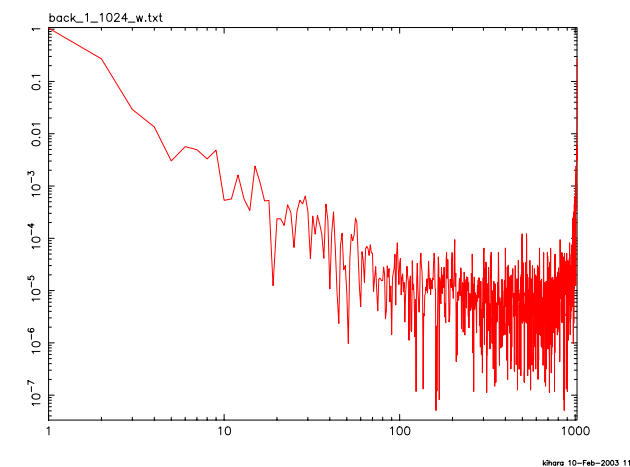


図 4.37: ノイズの波形に窓関数をかけた後にFFTをかけたもの

図??を見るとわかるように、周波数 0.2-2 MHz の範囲で、信号がノイズを上回っており、この周波数成分だけを選ぶようなフィルターを作れば良いことになる。

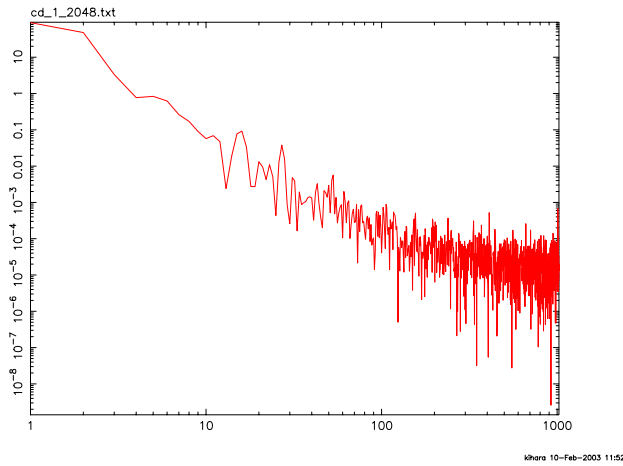


図 4.38: ^{109}Cd の波形 1 つに直線を加えたものに FFT をかけたもの

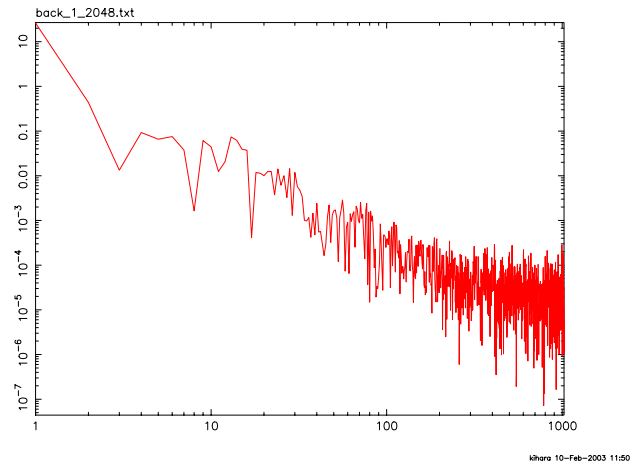


図 4.39: ノイズの波形に直線を加えたものに FFT をかけたもの

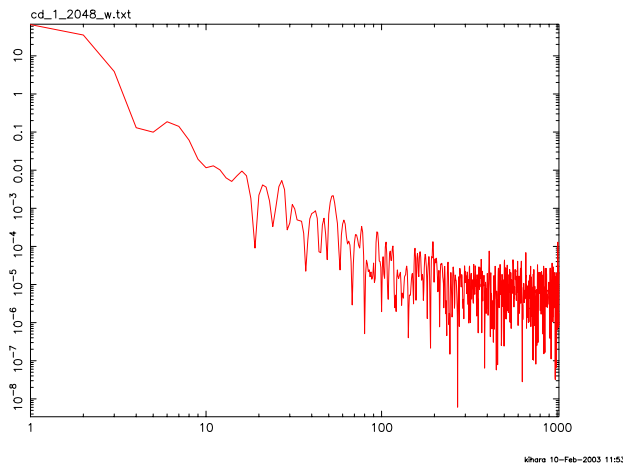


図 4.40: ^{109}Cd の波形に直線を加えてから窓関数のかけた後で FFT をかけたもの

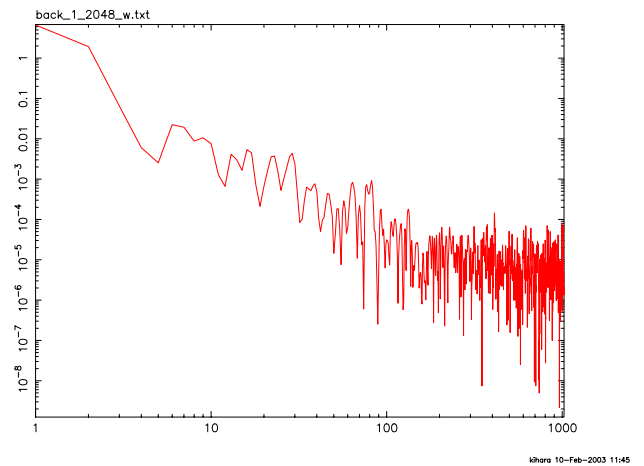


図 4.41: ノイズの波形に直線を加えてから窓関数のかけた後で FFT をかけたもの

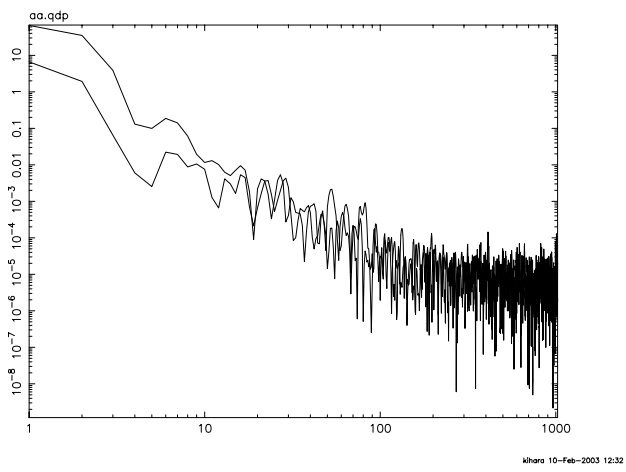


図 4.42: 図 4.40 と 4.41 との比較 . 横軸の単位は , 0.2MHz

第5章 まとめと今後の課題

本来ならば2つの取り込み系よってのエネルギー分解能の違いについて比較し最適なノイズフィルターであることを実験でも確認したかったが時間が足りなかったためにできなかった。これは、今後の課題としてしっかりやって行きたい。

4章の実験では、それぞれの波形1つについてのみ考えたが、取得する波形の数を増やしてFFTを行なうという実験も行なった。波形の数を増やし平均を取ることでランダムノイズを取り除くことができるので、このことを試してみたがパルサーとノイズではうまくいった(図??、??)が線源の波形ではうまくいかなかった。また、Shaping Ampを用いた波形取得でわかったエネルギー分解能はあまり良くなかった。この原因として考えられるのは、実験室の温度が高いために半導体検出器回路に生じる熱雑音が大きくなったために悪くなってしまったと思われる。

今後の課題として、FFTを用いた場合のノイズフィルターからの出力波形とShaping Ampからの出力波形のエネルギー分解能の違いについても出していきたいと思う。また、線源を変えてやった場合でも同様な結果が得られるのかもやっていきたい。それから、この実験をもっと温度を下げた状態でも行ない、実験室の温度に対するノイズの依存性についても考えていきたいと思う。

初稿

本論文を執筆するにあたり、御指導頂きました大杉節先生、深沢泰司先生に深く感謝致します。そして、実験において多大なアドバイスを頂いた川添哲志さん、宇野進吾さん、大戸彰三さん、中本達也さん、大野雅功さん、富永慎弥さんに心よりお礼申し上げます。また、様々な面で助言をして頂いた研究室の皆様方、大変お世話になりました。そして、実験器具等の発注や事務手続きをしていただいた林香苗さん、上原綾乃さんに深く感謝致します。

参考文献

- [1] 金田英宏 1994 年度 東京大学 修士論文
“ASTRO-E 衛星搭載用 半導体硬 X 線検出器の開発”
- [2] 中本達也 2001 年度 広島大学 卒業論文
“高阻止能結晶シンチレータとフォトダイオードを用いたガンマ線検出器の開発”
- [3] 杉保昌彦 2000 年度 東京大学 修士論文
“ASTRO-E 衛星硬 X 線検出器の低エネルギー応答の打ち上げ前最終測定”
- [4] GLENN F.KNOLL 木村逸郎 坂井英次 訳
“放射線計測ハンドブック 第二版” (日刊工業新聞社)
- [5] LabVIEW クイックスタートガイド NATIONAL INSTRUMENTS,1999.
- [6] LabVIEW データ収集ベーシックマニュアル NATIONAL INSTRUMENTS,1998.