重力崩壊型超新星の極大等級に関する スパースモデリングを用いた変数選択

広島大学理学部物理科学科

高エネルギー宇宙・可視赤外線天文学研究室 B134840 岡本達彦

指導教官 深澤泰司

主查: 植村誠

副查:両角卓也

2017年 2月

Ia 型超新星はいくつかの観測値を説明変数とした補正により極大等級がほぼ均一となるため、標準光源として使用されている。翻って重力崩壊型超新星は爆発時の様態が天体ごとに異なることもあり、その極大等級の補正手法は確立されていない。

本研究では「本質に関わる変数は限られている」との前提のもと変数候補の中からより本質的なものを 選択できるスパースモデリングによって、重力崩壊型超新星の極大等級の説明変数を探した。スパースモデ リングの一手法 LASSO と交差検証により解析したところ、水素の膨張速度やヘリウムの吸収線強度が良い 変数となる可能性が示された。

概 要

目 次

第1章	序論	3
1.1	超新星	3
	1.1.1 超新星のスペクトル	3
	1.1.2 恒星の進化と重力崩壊型超新星	4
	1.1.3 Ia 型超新星	6
1.2	極大等級と標準光源・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	6
	1.2.1 Ia 型超新星:極大等級の補正と標準光源としての使用	7
	1.2.2 II 型超新星:極大等級と諸変数の相関	9
1.3	研究の目的	10
第2章	データ解析と変数選択の手法	12
2.1	データ解析	12
	2.1.1 解析に用いる天体データの選定	12
	2.1.2 極大等級の計算	17
	2.1.3 スペクトルのフィティングと要素の抽出	18
2.2	変数選択の手法	26
	2.2.1 スパースモデリングについて	26
	2.2.2 LASSO と交差検証	27
	2.2.3 1次ノルム最小化の特徴と変数選択における留意点	30
	2.2.4 スパースモデリングによる重力崩壊型超新星の極大等級の変数選択	32
第3章	結果	33
3.1	II 型超新星極大等級の変数選択 [モデル II]	33
3.2	鉄/ヘリウムの吸収線の情報を抽出できた II 型超新星に対する極大等級の変数選択 [モデル	
	II.Fe/モデル II.He]	35
3.3	重力崩壊型超新星全体を包括した極大等級の変数選択 [モデル Fe/モデル He] ・・・・・・・	38
第4章	考察	40
4.1	変数選択の結果について	40
	4.1.1 水素膨張速度とヘリウム吸収線強度	40
	4.1.2 その他の変数	43
4.2	Ib/c型超新星の極大等級補正について	50
4.3	選択された変数による II 型超新星の極大等級補正と先行研究との比較	50

第5章 まとめ

第1章 序論

1.1 超新星

超新星は天体現象の中でも最大級の爆発現象である。超新星はスペクトルや光度曲線に基づいた分類が 行われている。また、超新星の爆発機構には種類があるため、爆発機構による超新星分類も存在する。1.1 章では超新星のスペクトル分類と爆発機構による分類について紹介する [1][2][3]。

1.1.1 超新星のスペクトル

超新星 (Supernova) という言葉が天文学界で初めて使われたのは、Baade & Zwicky が 1934 年に発表し た論文 "On Super-novae" の中であった [4]。当時は天体が突発的に明るさを増し数カ月・数年かけて徐々 に暗くなっていく現象を総じて新星 (nova) と呼んでいた。Baade & Zwicky は新星を絶対等級にして –5 等級程度の新星と –15 等級程度の新星を別のグループに分け、後者を特に「明るい新星」という意味合い で"Supernova" と名付けたのである。Baade&Zwicky が切り拓いた超新星研究は CCD カメラなどの登場 により隆盛を迎えた。研究が進むと超新星のスペクトルには個性が存在することが判明し、スペクトルを 基にした超新星分類が行われるようになった。図 1.1 は超新星の爆発初期に見られる典型的なスペクトルで ある。スペクトルに表れる特徴の1つに水素(H)吸収線の有無がある。そこで、H 吸収線を有する天体は



図 1.1: 爆発初期の超新星スペクトル (Filippenko 1997 [5]) 横軸は静止波長で縦軸はフラックスと対応している。

II 型と、H 吸収線を持たない天体は I 型と分類された。また、I 型超新星は他の元素吸収線を基にしたサブ カテゴリーを有しており、ケイ素 (Si) の吸収線が強いものは Ia 型と呼ばれる。Si 吸収線の弱い I 型超新星 は更に細分化され、ヘリウム (He) 吸収線を持つものは Ib 型、He 吸収線を持たないものは Ic 型と分類され た。II 型超新星の中には爆発から長期間経過すると Ib 型超新星と似たスペクトルを示す天体が存在し、こ れらは IIb 型超新星と呼ばれる。I 型 II 型双方共通して、細い (narrow) 輝線が卓越している超新星は n 型 と呼ばれ、例えば II 型超新星で細い輝線が卓越している天体は IIn 型と表記される。II 型超新星には光度 曲線に基づくサブカテゴリーが存在する。爆発後長期間に渡ってほとんど光度が変化しない平坦 (Plateau) な期間を示すものは IIP 型と、爆発後光度が直線的 (Linear) に減少していくものは IIL 型と呼ばれる。図 1.2 は各超新星タイプの典型的な光度曲線である。



図 1.2: 超新星の光度曲線 (Filippenko 1997 [5])、横軸は明るさの極大日からの経過日数、縦軸は明るさ (等級) と対応している。

1.1.2 恒星の進化と重力崩壊型超新星

1934年にBaade & Zwicky は宇宙線の起源に関する考察の中で超新星の起源についても言及している[6]。 彼らは恒星から中性子星ができるその過程で超新星爆発が起き、その爆発に伴って宇宙線が発生すると予 想した。現在では、恒星進化の理論が確立されており、全ての恒星が進化の果てに中性子星になるのではな く質量によって主系列後の姿が異なることや超新星爆発の様子が異なることも分かっている。

そもそも"恒星"とは自ら光を放っている星のことである。「光を出す」とはつまり「エネルギーを放出 すること」であるが、そのエネルギーは核融合によって生み出されている。恒星の素となる原始星は分子雲 が重力により潰れることで誕生する。原始星が重力収縮をすると温度が上昇していき、中心温度が10⁷ K 近 い温度に達すると"ppチェイン"あるいは"CNOサイクル"という核反応により莫大なエネルギーが生成さ れる。これらの過程では恒星中の H が燃焼し He が生成される。このように H の核融合によって光ってい る状態は"主系列"と、主系列に位置する星は"主系列星"と呼ばれる。恒星中心部の H が燃え尽きると、H 燃焼反応が継続している外層と He 核の多層構造となる。恒星核は燃焼による放射エネルギーを失うので、 重力を支えられなくなり内部に向けた収縮が起こる。収縮に伴う温度上昇で中心部が 10⁸ K 程度に達する と、He 原子核 3 つから炭素 (C)を生成するトリプル・アルファ反応が始まる。He 燃焼により発生したエネ ルギーの放射と重力が平衡状態に落ち着くことで He 核の収縮は止まる。トリプル・アルファ反応で生成さ れた C は、さらに He 原子核と反応することで酸素 (O)を作り出し、He が燃え尽きると中心部には C+O 核が残る。

 $8M_{\odot}$ よりも軽い恒星は中心の C+O 核が C 燃焼に必要な温度まで到達せず、中心核の電子が縮退する。 外層では H と He の燃焼が続くため、C や O が次々と生成され C + O 核が大きくなっていく。その過程で 外層は宇宙空間へ向けて質量を放出すると考えられている。外層を失った恒星は電子が縮退した C+O 核を むき出しにした状態となり、この星は白色矮星(White Dwarf/以下 WD)と呼ばれる。WD は重力を電子 の縮退圧によって支えている天体である。また、WD はチャンドラセカール質量(Chandrasekhar Mass/ 以下 CS 質量)という質量限界を有しており、その値は太陽質量のおよそ 1.4 倍である。質量が $8M_{\odot}$ を超 える恒星の中心部はCの燃焼に必要な温度に達するため、O、Ne、Mg...と元素が合成され核の質量は徐々 に大きくなっていく。核反応が続きエネルギー的に最も安定な元素・鉄(Fe)の中心核ができた段階で核融 合によるエネルギー供給は停滞してしまう。一方で高温の中心核では電子や陽電子、高エネルギーの光の相 互作用によりニュートリノが生成されるため、中心核から出ていくニュートリノがエネルギーを持ち去り 続ける。すると Fe 核は重力を支えられなくなり収縮を起こす。核の温度がさらに上昇した状況では Fe は Heに分解した方がエネルギー的に得をするため、光子と反応して Fe 核の分解が起こる。この"光分解"を きっかけに核が中心に向かって重力崩壊を起こす。重力崩壊を起こした恒星の最中心部には中性子の核が形 成される。外側から落下してきた物体は核にぶつかり、その反動で衝撃波が発生する。この衝撃波が恒星表 面に達すると爆発が起こる。8M_☉以上の恒星が重力崩壊することで起こる超新星爆発は"重力崩壊型超新 星"と呼ばれている。重力崩壊型超新星の親星は爆発前、図 1.3 のような、中心に Fe 核を据えたタマネギ のような殻構造をとっている。Η層をもつ恒星が超新星爆発を起こすとそのスペクトルにはΗ吸収線があ



図 1.3: 重力崩壊型超新星の親星の構造の概略図。縮尺は正確ではない。

らわれる。これが II 型超新星である。H 外層を失った恒星が爆発すると最外層 He の吸収線を持つ Ib 型超

新星、H層とHe層を失った恒星の場合はIc型超新星として観測される。すなわちII型、Ib型、Ic型超新 星は重力崩壊型超新星である。重力崩壊による超新星爆発の後には中性子星が残され、あるいは中性子の 縮退圧でも支えきれないほど大きな質量の核ができる場合はブラックホールを形成する。

1.1.3 Ia 型超新星

質量の小さい恒星は超新星爆発を起こさず WD になる。この WD が親星となって起こるのが Ia 型超新 星である。しかしすべての WD が Ia 型超新星爆発を起こすわけではない。Nomoto et al. (1984)の提唱し たモデルによると、主系列星と WD の連星系において、主系列星から WD への質量降着により WD の質 量が増加し、CS 質量に到達するほどの重さになると超新星爆発が起こるという [7]。CS 質量上限を超えた ことによる C+O 核の収縮とそれに伴う中心温度の上昇が、C の爆発的核燃焼とエネルギー放出を引き起こ すのである。重力エネルギーを源とした重力崩壊型超新星とは対照に、Ia 型超新星は核反応のエネルギー により爆発するため、その爆発機構は熱核反応型と呼ばれている。単に Ia 型とも呼ばれる。

		-	スヘ	ペクトル	,					
爆発機構	H吸收	又線	Si	吸収線	He	吸収線	光度曲線の特徴			
熱核反応型			強	la型						
	無	I型	77	Ib /o刑	有	Ib型				
			키키	ID/C空	無	Ic型				
重力崩壊型	有	型					プラトー期 がある 直線的に減 少する			

以上、1.1.1節、1.1.2節と本章で示した超新星の分類を図 1.4 にまとめた。

図 1.4: 超新星の分類法のまとめ

1.2 極大等級と標準光源

天文観測で重要なのは天体までの距離を把握することである。しかし天文学において対象までの距離を 測定することは容易ではない。対象天体までの距離を求める方法の一つに絶対等級と見かけの等級の違い から求める方法がある。この方法を行うためには天体の本来の明るさが分かっていることが条件となる。距 離指標として使用される天体は標準光源と呼ばれ、その代表的なものの一つに Ia 型超新星がある。1.2 節で はなぜ Ia 型超新星が標準光源たり得るのか紹介するとともに、重力崩壊型超新星の標準光源としての使用 可能性について記す [2]。

1.2.1 Ia 型超新星:極大等級の補正と標準光源としての使用

"標準光源"とは天文学において距離を測るための指標となる天体のことで、本来の明るさが分かっている天体が標準光源になりうる。天体本来の明るさ(絶対等級 *M*)と観測された明るさ(見かけの等級 *m*)の間には式 1.1 のような関係がある。距離が遠いほど見かけの明るさが暗くなることを表している。

$$m - M = 5\log\frac{d\,[\mathrm{pc}]}{10\,[\mathrm{pc}]} \tag{1.1}$$

dは光度距離と呼ばれ、見かけの等級と絶対等級の関係で定義される距離である。式 1.1 を、

$$d = 10^{\frac{m-M}{5}+1} \tag{1.2}$$

と変形すると、見かけの等級と天体本来の絶対等級の差から光度距離を求めることができる。しかし問題 となるのは、天体本来の明るさが分かっている天体が多くないことである。

ここで Ia 型超新星(以下 SNIa)に注目が集まった。1.2.1 節で述べたように、SNIa は WD が CS 質量 近くに到達することで爆発が起こると考えられている。従って SNIa は爆発前の親星の質量がほとんど同じ であると考えられるため、その爆発の様子は似たものとなることが予想される。事実、SNIa の光度曲線は どれも似通っていた。天体によらず光度曲線が似ているということは、SNIa を標準光源として使用できる 可能性があるということである。しかし SNIa の絶対等級は天体ごとにばらつきが見られるため、そのまま 標準光源として使用しようとすると精度が悪い。SNIa の極大等級に見られるばらつきを補正できるなら、 SNIa による高精度の距離推定が可能となる。

明るさのばらつきを生む要因として考えられるのが星間物質による影響である。天体と観測者の間は完 全な真空ではなく、星間物質が存在している。天体から放射された光はこの星間物質により吸収 (星間吸収) され、本来の明るさよりも暗い天体として観測される。また、波長が短い光ほど吸収されやすいため、相対 的に赤い光よりも青い光において影響が顕著となる。青い光ほど多く吸収された結果、本来よりも赤い天体 として観測される。つまり観測される天体の色と星間吸収の量は相関しているため、色によって星間吸収を 補正することができる。また、図 1.2 から分かるように、SNIa の光度曲線は極大に達したのち次第に暗く なる。この極大後の暗くなり方には個性があり、そこに注目したのが Phillips (1993) であった [8]。Phillips は極大等級に達した日からその 15 日後にかけて減少した絶対等級の量を"減光率"とし、極大等級が明る い天体ほど減光率が小さく、暗い天体ほど減光率が大きいことを発見した。これにより、SNIa の絶大等級 *M* は色と減光率を変数とした補正が可能となった。色を*c*、減光率を*x*₁ とすると、SNIa の絶対等級*M* は 式 1.3 の関係で記述できる。

$$M = M_0 + a_1 c + a_2 x_1 \tag{1.3}$$

ここで $a_1 \ge a_2$ は各変数の係数、 M_0 は定数項である。観測で M、 c、 $x_1 \ge n$ 定することで $a_1 \ge a_2$ 、そ して M_0 を推定することができる。この M_0 を式 1.2 に代入することで、超新星の母銀河までの距離を求め ることができる。Perlmutter et al. (1998) による SNIa 光度曲線の補正結果が図 1.5 である [9]。上図が補 正前の SNIa 光度曲線であり、下図が補正後の光度曲線である。補正前は顕著だったバラつきが抑えられ、 補正後の光度曲線は非常によく一致していることが分かる。こうして SNIa は標準光源としての使用が確立 された。SNIa を標準光源として使用した研究成果の一例に Riess et al.(1998) による宇宙の加速膨張の発見 などがある [10]。

色と減光率を使った補正により距離指標として使用できるようになったとはいえ、SNIa 極大等級には未 だばらつきが見られる。そこで近年行われているのは、式 1.3 に別の変数を加えたより高精度な SNIa 極



図 1.5: Ia 型超新星の V バンド光度曲線の補正 (Perlmutter et al. 1998[9])。上図は観測された SNIa 光度 曲線、下図が補正された SNIa 光度曲線である。

大等級補正を目指す試みである。例えば Silverman et al.(2012) は超新星のスペクトルデータから抽出した 様々な要素を変数の候補としてモデルの改善を探った [11]。しかしながら、対象の特徴を説明するための変 数、いわゆる説明変数の候補となるのは吸収線強度や深さ、膨張速度に加え元素の吸収線強度比、さらには 任意の波長のフラックス比など、非常に膨大な要素数である。任意のフラックス比を考慮すると変数候補 の数は数万の単位に昇ってしまう一方で、モデル化したい観測値、いわゆる目的変数 (ここでは SNIa の極 大等級) は数百程度しかない。説明変数から線形モデルを推定する問題をベクトルと行列の式で表すと、M個の目的変数からなる M 行ベクトル \vec{y} と、目的変数 M 個についてひとつあたり N 種類の説明変数からな る M 行 N 列の説明変数行列 A に対して、N 行からなる係数ベクトル \vec{x} を求める問題、すなわち式 1.4 を 解くこととなる。

$$\vec{y} = A\vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M,1} & \cdots & a_{M,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}$$
(1.4)

SNIa 極大等級の補正問題の場合、M が数百の天体数、N が数万の説明変数である。M < N であるため、 通常の回帰問題として扱うと解が一意に定まらない。通常こういった問題は、主観的に変数候補を選択し説 明変数を絞った上で回帰が行われる。よって、見逃されてきた重要変数が存在する可能性がある。加えて従 来の方法は、データに基づき客観性を担保しつつ変数の適切な個数や組み合わせを決定することができな いという問題も抱えている。

SNIa 極大等級の説明変数として考えられる大量の要素全てを客観的に吟味しつつその中から重要な変数 を決定することに取り組んだのが Uemura et al.(2015) である [12]。Uemura らは高次元データからより本 質的な変数を自動で抽出することのできるスパースモデリングの手法を導入し、SNIa 極大等級の説明変数 の決定を試みた。ここで"スパース"とは"解の疎性"を意味する。スパースモデリングでは式 1.4 の N 種 の変数候補に対して「本質に関わる部分はわずかしかない」との前提を置く。N 種の説明変数を使ったモ デルについて「その係数のほとんどが 0 である」と考えることで、目的変数 M 個に対して実質的に寄与す る説明変数 N' 個の関係が M > N' に落としこまれ、係数の推定が可能となるのである。スパースモデリ ングのうち観測値のノイズを考慮したモデリングに長ける手法 LASSO[13] と、モデルの予測精度を評価で きる交差検証によって Uemura らが SNIa の極大等級の変数選択を行った結果、重要な変数として色と減光 率のみが選択された。これは色と減光率以外の変数を加ても補正モデルは改善しないこと、色と減光率の 2 つが最適な変数であることを、データ自身が選択したということである。

このように、Phillips による SNIa 極大等級補正モデルは、Uemura らによる高次元データ駆動型の研究 によっても支持されている。Uemura らが行ったような、多くある変数候補の中からデータの説明に寄与す る重要変数のみを選択することを"変数選択"と呼ぶ。

1.2.2 II 型超新星:極大等級と諸変数の相関

SNIa は補正により極大等級がほぼ同じ明るさとなった。それでは重力崩壊型超新星(以下 CCSN)の極大等級は補正可能なのだろうか。 $8M_{\odot}$ 以上の天体は重力崩壊による爆発を起こすので、CCSN の爆発時の 質量は一定ではない。外層流出も天体ごとに異なっているなど爆発時の親星の状態は多様であり、極大等級 の補正方法は未だ確立はされていない。しかし、CCSNの標準光源化を目指す意義はある。Li et al(2011) は近傍銀河における超新星のうち76% が CCSN に属し、24% が SNIa であるとした [14]。すなわち現状我々 は、超新星現象のうちおよそ1/4 しか標準光源として活用できていない。SNIa と比べ天体数の多い CCSN が標準光源として機能し得るならば、従来よりも探索の幅が広がるはずである。また、CCSN が新たな標 準光源となるならば、SNIa を距離指標として得られた知見を検証することも可能となる。

CCSN のうち II 型超新星 (以下 SNII) の標準光源化を目指して、近年 SNII 極大等級と相関のある変数を 探す研究が行われている。SNII の極大等級と諸変数の関係を探った研究に Anderson et al.(2014a) がある [15]。Anderson らは SNII 95 天体のスペクトルに注目し、波長が 6563Å である H α 線の輝線ピークが青方 偏移していることを示した。また、爆発後 30 日時点の H α 輝線ピーク速度と V バンド極大等級について、 輝線ピーク速度が大きいほど極大等級が明るい関係を示した。また、この相関関係を用いた補正によって極 大等級のばらつきは標準偏差にして 0.68 等級になったと報告されている。

Anderson et al.(2014b) は SNII 116 天体を対象にした研究により、V バンド光度曲線の特徴と極大等級の関係も示している [16]。Anderson らは光度曲線のうち極大後最初期の減光率を s_1 、その後平坦に減光する中期の減光率を s_2 、平坦期間終了後の爆発後期における減光率を s_3 と定義した。 s_1 が大きいほど V バンド極大等級が明るいこと、 s_1 と s_2 、 s_2 と s_3 に相関が見られることから、Anderson らは爆発後の期間に依らず減光率が大きいほど極大等級が明るいと結論づけた。また、 s_2 が測定された 113 天体について s_2 とV バンド極大等級の相関関係によってその極大等級の標準偏差は 0.83 等級となった。このうち s_1 も測定され中期減光率 s_2 を明確に決定できる 22 天体に限ると s_2 とV バンド極大等級の補正後の標準偏差は 0.56 等級だったと報告されている。

また、Gutierrez et al.(2014) は SNII 52 天体の H α に注目して V バンド極大等級に関係する変数を探った [17]。Gutierrez らは H α の吸収線等価幅 a と輝線等価幅 e の比 a/e が SNII の光度曲線を特徴づける重要変数であるとし、a/e が H α 線膨張速度、減光率、光度曲線の平坦期間の長さ、そして極大等級と関係することを主張している。

Galbany et al.(2015) は UBV RIz のバンドで SNII 114 天体の光度曲線を調査した [18]。Galbany らは 極大等級が明るいほど減光率が大きい傾向が全バンドで現れているとし、その中でも特に B バンド極大等 級においてその相関が強いことを示した。加えて Galbany らは、減光率が小さいほど光度曲線の平坦期間 が長いことも主張している。

このように、II 型超新星の極大等級説明変数としてコンセンサスを得たものや極大等級の補正手法とし て確立されたものはないが、SNII 極大等級と諸変数の間にある関係性について調べた研究はいくつか存在 する。一方で Ib/c 型超新星(以下 SNIb/c)は天体ごとの個性が大きく、その極大等級を説明しようとする 試み自体ほとんど行われていないのが現状である。

1.3 研究の目的

CCSN の極大等級と関係する変数として先行研究で挙がっていたのは減光率や平坦期間の長さなど、光度 曲線から抽出した要素を対象にしたものが多かった。しかしながら、先行研究で対象とされた天体のように長 期間に渡って光度データを取得できる場合は多くなく、データ点がまばらな光度曲線しか得られないことも 少なくないのが現実である。そこで本研究では超新星のスペクトルから抽出可能な要素に注目する。スペクト ルから得られる要素のうち、変数 x_i と係数 a_i による CCSN の極大等級の補正式 $M = M_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + ...$ に寄与する変数を探す。

また本研究では、同様の研究を SNIa で行った Uemura et al. (2015) に倣い、スパースモデリングによる 変数選択、すなわち LASSO と交差検証を用いて CCSN の極大等級と本質的に関係している変数の選択を 試みる。

以上本研究は、重力崩壊型超新星のデータから複数の要素を抽出し、極大等級を目的変数、抽出した要 素を説明変数としたスパースモデリングによる変数選択を行うことで、重力崩壊型超新星の極大等級の補 正に寄与する可能性のある変数を見つけることが目的である。重力崩壊型超新星の中でも特に先行研究の 多いII型超新星に注目しつつ、Ib/c型超新星の極大等級説明変数についても調査する。選択された変数を 検討し、将来的な重力崩壊型超新星の極大等級の補正手法の確立、ひいては標準光源化に貢献することを 目指す。

以降本論文は、次のような構成をとっている。第2章では超新星データの解析手順と変数選択の手法に ついて紹介し、第3章で変数選択の結果について示す。第4章では結果に対する考察を行い、第5章で本 研究をまとめる。

第2章 データ解析と変数選択の手法

2.1 データ解析

重力崩壊型超新星の極大等級を説明する変数を見つけるためには、絶対等級が既知である天体、すなわ ち天体までの距離が分かっており見かけの等級を絶対等級に変換できる天体のデータが必要である。また、 変数の候補となる要素を取得するためにはスペクトルデータや極大日からの経過日数等の情報が必要であ る。本章では、解析に使用する天体データの選定と解析手順、重力崩壊型超新星の極大等級を補正する説明 変数の候補として抽出した要素について述べる。

2.1.1 解析に用いる天体データの選定

解析対象の天体を選ぶため、最初に超新星カタログから重力崩壊型超新星 (CCSN) のデータを取得した。 スペクトルデータはカリフォルニア大学バークレー校 Filippenko グループによる" the UC Berkeley SNDB [19]"(以下 B-SNDB) から取得した。B-SNDB に記載のある CCSN は総計 84 天体、スペクトルデータ数は 403 であった。B-SNDB に記載のあった天体について、光度曲線の情報(等級、観測日、観測バンド)、赤 方偏移 z、色超過の情報を Guillochon などによる超新星データベース "The Open Supernova Catalog [20] "(以下 OSC) から取得した。z のデータが複数記載されている天体については、"SIMBAD Astronomical Database [21]"(以下 SIMBAD) に記載された天体の母銀河の z の値を使用した。

次いで B-SNDB と OSC から得た全 84 天体のデータを精査し、解析の対象天体の選定を行った。本研究 における選定基準は以下の 4 点である。

- 1. 光度曲線について、Bバンド、Vバンドのデータを有していないものは除外する
- 2. 光度曲線について、等級データが3点未満の天体は解析対象から除外する
- 3. 超新星の種類について、n型超新星は解析対象から除外する
- 4. 極大日から 150 日以上経過して取得されたスペクトルデータは解析対象から除外する

このような選定基準を設定した理由について順に述べる。天体観測は様々な波長帯で行われるが、主な波 長帯・観測バンドとして BVRI の4種類がある。Bessell et al. (1998)によると、A0型星に対する有効波 長は、それぞれ B バンドが 0.366 nm、V バンドが 0.438 nm、R バンドが 0.545 nm、I バンドが 0.798 nm である [22]。ここで図 2.1 は IIP 型超新星 SN2004du の光度曲線である。プロット点の色と形はバンドの 種類と対応している。SN2004du の光度曲線から、超新星の極大日・極大等級はバンドによって異なるこ とが分かる。すなわち CCSN の極大等級を議論するためには、バンドを特定して解析を行い、バンドごと に極大日や極大等級を定義しなければならない。本研究では、先行研究において多く議論の対象となって



図 2.1: SN2004du の光度曲線。横軸は修正ユリウス日、縦軸は見かけの等級である。グラフ中の実線は *B* バンド (青・四角点)、破線は *R* バンド (赤・三角点) において最も明るかった日付を表している。

いた *B* バンドと *V* バンドに注目して解析を行った。基準 1 を満たさず除外した天体例として II 型超新星 SN2001cy の光度曲線を図 2.2 に示す。



図 2.2: SN2001cy の光度曲線。R バンドと C バンドのデータしかなかったため、解析対象から除外した。

基準2について述べる。本研究は CCSN の極大等級を補正する説明変数を見つけることが目的である。 よって、光度データが少なく極大を定義できない天体は解析対象から外すこととした。基準2を満たさな い天体例として Ib/c 型超新星 SN1995F の光度曲線を図2.3 に示す。V バンドデータはあるもののデータ数

が少ないため、解析対象から外した。



図 2.3: SN1995F の光度曲線。V バンド (緑・丸点) のデータが 1 点しかないため、解析対象から除外した。

2.1.3 節で詳しく述べるが、本研究ではスペクトルの吸収線をフィッティングし、変数候補とする情報を 抽出する。よってn型超新星は線幅が狭い輝線が非常に強く吸収線が見えにくいこと、爆発から時間が経 過するにつれて輝線が目立ち吸収線が埋もれてしまうことを考慮して、基準3と基準4を設定した。ここ で本研究では光度曲線のうち最も明るい日時を"極大日"としている。極大の定義については2.1.2 節で詳 しく述べる。n型超新星のスペクトル例として Ibn型超新星 SN2015Uの、極大日の3日前に取得されたス ペクトルを図2.4 に示す。



図 2.4: Ibn 型超新星 SN2015U のスペクトル。輝線が強く吸収線が見えにくいため、解析対象から除外した。

また、爆発から長期間経ったスペクトル例として IIP 型超新星 SN1992H の極大日から 382 日経過時点 でのスペクトルを図 2.5 に示す。



図 2.5: IIP 型超新星 SN1992H の スペクトル。輝線が強く吸収線が見えにくいため、解析対象から除外 した。

天体数 84 のうち基準 1 から 4 を満たすものは、*B* バンドで 35 天体、*V* バンドで 38 天体であった。2.1.1 章で取得した情報についてまとめたのが表 2.1 である。

NAME	Type	MaxDateB	MaxDateV	m_B	m_V	z	E(B-V)
SN1987M	Ic	1987-09-27	1987-09-27	16.25	15.02	0.0044	0.02
SN1990B	$^{\mathrm{Ib}}$	1990-01-24	1990-01-24	17.67	14.50	0.00744	0.03
SN1990E	II	—	1990-03-07		15.51	0.004757[*]	0.02
SN1991D	Ib	1991-02-13	1991-02-13	17.99	17.74	0.042	0.05
SN1991N	$\rm Ib/c$	1991-04-04	1991-04-02	15.65	13.90	0.0033	0.02
SN1994I	Ic	1994-04-07	1994-04-09	13.56	12.87	0.00156[*]	0.03
SN1996cb	II b	1997-01-02	1997-01-05	14.22	13.90	0.0024[*]	0.03
SN1997ef	Ic	1997-11-29	1997 - 12 - 12	17.43	16.50	0.01168	0.04
SN1997ei	Ic	—	1997 - 12 - 27		16.33	0.01063	0.02
SN1999bg	II	1999-04-02	1999-04-02	15.95	15.74	0.004253	0.02
SN1999D	II	1999-02-23	1999-01-21	18.03	16.90	0.0104	0.01
SN1999em	IIP	1999-11-01	1999-11-18	13.68	13.58	0.00223	0.03
SN1999gi	II	1999 - 12 - 15	1999-12-17	14.76	14.59	0.003005[*]	0.01
SN2000bs	II	2000-04-24	2000-04-24	18.00	17.37	0.027976	0.03
SN2000cb	II	2000-05-19	2000-06-05	17.73	16.56	0.0068	0.09
SN2000dj	II	2000-09-12	2000-09-11	17.47	17.00	0.015441	0.06
$\mathrm{SN2001bq}$	II	2001-05-30	2001-05-30	16.02	15.89	0.008748	0.04
SN2001cm	II	2001-06-10	2001-06-09	16.64	16.64	0.011381	0.01
SN2001hg	II	2002-01-25	2002-01-25	17.97	16.92	0.0086	0.03
SN2001X	IIP	2001-03-07	2001-03-15	15.16	15.07	0.0049[*]	0.03
SN2002an	II	2002-02-28	2002-02-28	17.20	16.53	0.0129	0.03
SN2002ap	Ic	2002-02-05	2002-02-05	12.72	12.08	0.002108	0.06
SN2002bx	II	2002-04-11	2002-05-09	16.30	16.69	0.007567[*]	0.01
SN2002ca	II	2002-04-04	2002-04-11	17.93	17.56	0.0109	0.02
SN2002gd	II	2002-10-11	2002-10-11	17.02	17.00	0.00768	0.06
SN2002hh	II	—	2002-11-05		16.12	0.00016[*]	0.29
SN2003bg	Ic	2003-03-12	2003-03-12	14.69	14.38	0.00436	0.02
SN2003gd	II	2003-06-17	2003-06-17	15.10	13.95	0.00119	0.06
SN2003hk	II	2003-09-20	2003-09-20	18.75	17.85	0.02191	0.03
SN2003hl	II	2003-08-28	2003-09-06	16.90	16.40	0.00734	0.06
SN2003iq	II	2003-10-14	2003-10-14	15.72	15.68	0.00734	0.06
SN2003Z	II	2003-02-07	2003-01-31	16.70	17.00	0.004309[*]	0.03
SN2004dj	IIP	2004-08-02	2004-07-31	12.49	11.20	0.00074[*]	0.03
$\mathrm{SN}2004\mathrm{du}$	IIP	2004-08-18	2004-08-22	16.76	16.69	0.016762	0.08
SN2004et	II	2004-09-30	2004-10-02	11.45	11.57	0.00125937	0.29
SN2005ay	II	2005-04-01	2005-03-28	15.29	15.12	0.0027[*]	0.02
SN2005cs	II	2005-07-02	2005-07-02	14.35	14.41	0.0015[*]	0.03
$\mathrm{SN2011dh}$	IIb	2011-06-18	2011-06-20	13.32	12.55	0.001638	0.03

表 2.1: B-SNDB と OSC から取得した超新星リスト。左列から順に NAME は天体名、Type は超新星分類、 MaxDateB と MaxDateV は B、V バンドの極大日、 $m_B \ge m_V$ は B、V バンドの見かけの極大等級、z は 赤方偏移、E(B-V) は色超過の値である。[*] がついている z は SIMBAD からデータを取得したことを表 している。表中の空白は当該バンドのデータがなかった天体、あるいは当該バンドにおける極大日からスペ クトルデータ取得日までの間が 150 日以上であり解析から除外した天体である。

2.1.2 極大等級の計算

天体の極大等級を知るためには、見かけの等級の極大値を絶対等級に変換しなくてはならない。そのた めにまずは、本研究における"極大"の扱いについて述べる。極大等級とは増光段階と減光段階の両方を捉 えた光度曲線があって初めて厳密な検討ができる。しかし、全ての天体がその情報を持っているわけではな く、減光段階しか光度曲線がないということが頻繁に起こる。また、IIP型超新星は増光後光度曲線が平坦 な期間があるため、極大の定義は一意ではない。本研究では、光度曲線のうち最も明るい日時の絶対等級 を"極大等級"と定義して解析を行うこととする。

極大を定義したところで、見かけの等級 m から絶対等級 M に変換し極大等級を求める。1.2.1 節で述べ たように観測される天体の明るさは星間物質による吸収の影響を受けているため、星間吸収の補正が必要で ある。星間吸収の量を A_i(i はバンドの種類) として、m と M の関係式 1.1 は次のように書き換えられる。

$$m - M = 5\log\frac{d\,[\mathrm{pc}]}{10\,[\mathrm{pc}]} + A_i \tag{2.1}$$

波長によって吸収され易さが異なるため、 A_i は観測バンドによって異なる値を持つ。本研究はBバンドと Vバンドを対象にしているため、以降 A_B と A_V について議論する。

1.2.1 節では天体の色と星間吸収は相関していることに触れた。短波長側が多く吸収されるために本来の 色よりも赤い天体として観測される現象は赤化と呼ばれ、赤化の程度は B バンドと V バンドの等級の差に よって表される。

$$m_B - m_V = (M_B - M_V) + (A_B - A_V)$$
(2.2)

各項の添字は観測バンドを示している。ここで

$$E(B - V) = (A_B - A_V)$$
 (2.3)

は色超過 (color excess) と呼ばれ、この値が大きいほど B バンドの吸収量が多い・赤化の影響が大きいことを示す。また $(M_B - M_V)$ は天体本来の色を表している。天体本来の色がわかるならば、B バンドと V バンドの見かけの等級の差から E(B - V) を求めることができる。すると式 2.3 から A_B と A_V は

$$A_B = (1 + R_V)E(B - V)$$
(2.4)

$$A_V = R_V E(B - V) \tag{2.5}$$

と表される。本研究では銀河系における平均的な星間吸収として一般に使用される値 $R_V = 3.1$ と OSD から取得した E(B-V) の値 [表 2.1] を使って A_B と A_V を求め、銀河系による星間吸収を補正した。しかしながら、天体の母銀河による吸収の情報は不明である。これについては、星間吸収によってスペクトルに現れるナトリウムの吸収線強度を変数候補に入れることで極大等級の補正を試みた。詳しくは 2.1.3 章で述べる。

式 2.1 で絶対等級を求めるためには、光度距離 d の値も必要である。超新星は宇宙論的距離に位置して いるため、 Λ -CDM モデルについて宇宙論パラメータを $\Omega_m = 0.27$ 、 $\Omega_{\Lambda} = 0.73$ 、 $\Omega_k = 0$ 、 $H_0 = 71$ とし て、各天体の赤方偏移 z から光度距離 d を計算した。

こうして求めた B バンドの星間吸収 A_B と V バンドの星間吸収 A_V 、光度距離 d を、式 2.1 より

$$M = m - 5\log\frac{d\left[\mathrm{pc}\right]}{10\left[\mathrm{pc}\right]} - A_i \tag{2.6}$$

に代入して各天体の絶対等級を計算した。

2.1.3 スペクトルのフィティングと要素の抽出

2.1.1 節で選定したスペクトルデータについて、モデルフィッティングによる要素の抽出を行った。本研 究では極大日から最も近い日に測定されたスペクトルデータを解析した。極大日前後でスペクトル測定日 が同じ日数だけ離れているデータがある場合は極大後のスペクトルデータを解析した。宇宙膨張の影響に よりスペクトル全体が長波長方向に偏移しているため、観測波長 λ' に対して赤方偏移 z を使って $\lambda = \frac{\lambda'}{1+z}$ と補正をし、 λ' を静止波長 λ に変換した。

本研究では syn++[23] によってモデルスペクトルの計算を行った。syn++は元素とその電離の有無を指定し複数のパラメータで制御することで連続成分と吸収線のモデルスペクトルを作成することができる。膨張による元素吸収線の青方偏移はパラメータ v_{\min} によって調整でき、これは元素の膨張速度と対応している。スペクトル全体の連続成分は黒体放射が仮定されており、光球温度のパラメータ T_{photo} によって制御される。連続成分の黒体放射からのずれは波長 λ の 2 次関数の式 2.7 で表現される。

$$W(\lambda) = a_0 + a_1 \left(\frac{\lambda - 6500}{6500}\right) + a_2 \left(\frac{\lambda - 6500}{6500}\right)^2$$
(2.7)

 a_0 は定数項、 a_1 は連続成分の傾きと対応した 1 次の係数、 a_2 は連続成分の折れ曲がりと対応した 2 次の係数である。

本研究では SNII を特徴づける元素である H の吸収線、CCSN 全てに共通して見られる FeII 吸収線、そして SNII と SNIb に共通して見られる He 吸収線についてモデルスペクトル作成とスペクトルフィッティン グを行い、変数候補とする要素を抽出する。H の吸収線には波長 6563Å の H α 吸収線 (以下 H α 線) や波長 4861 Å の H β 吸収線 (H β 線) などがあるが、これまでの観測事実から SNII のスペクトルにおいて H α 線 が示す膨張速度と H β 線が示す膨張速度が異なることが知られている。よって本研究では H α 線と H β 線の 双方に注目し、それぞれの膨張速度と強度を変数候補とする。FeII と He について、これら元素は爆発後の 期間によってスペクトル中に現れる時期と現れない時期が存在する。He の吸収線は爆発初期に現れるもの の、時間が経つにつれその吸収線が見えなくなることが知られている。また、FeII の吸収線は爆発中・後期 においてスペクトル中に現れることが分かっている。よってこれら元素から抽出した要素は爆発後の期間と 対応した情報を有していることが想定される。FeII は様々な吸収波長を有しているが、そのなかでも他元素の吸収線からの干渉をあまり受けずフィッティングが容易なものとして FeII の波長 5169 Å の吸収線 (以下 Fe4550 線)の速度と強度を変数候補とする。He については、基本波長である 5876 Å 吸収線 (以下 He 線)の速度と強度を変数候補とする。FeII と He は H のように吸収波長ごとに異なる膨張速度を示すことはないため、吸収波長によらずその膨張速度は同じである。

フィッティングは、syn++により出力したモデルスペクトルとデータについて元素ごとにある波長範囲 で残差の二乗和を計算し、その値が最小となる最適パラメータを決定した。吸収線の強度と膨張速度を変 数候補とすることやスペクトル全体のフィッティングが難しかったことから、本研究では各元素の吸収線部 分のみに注目し、各元素ごとに最適なモデルスペクトルとなるパラメータを決定した。図 2.6 は Hα(左上)、 Hβ(右上)、Fe(左下)、He(右下)のスペクトルと最適なモデルスペクトルの例である。図中点線で示されて いる元素の吸収線においてはデータとモデルがよく一致していることが分かる。



図 2.6: スペクトルデータのフィッティング例。左上は SN2000dj の H α 線のフィッティング結果、右上は SN2000dj の H β 線のフィッティング結果、左下は SN2011dh の Fe5169 線 (右破線位置) と Fe4550 線 (左破 線位置) のフィッティング結果、右下は SN1990B の He 線フィッティング結果である。

フィッティングしたモデルスペクトルから膨張速度の情報と吸収強度の情報を抽出した。各元素の膨張 速度として syn++のパラメータ v_{min} を用いた。

吸収線強度は以下の手順で計算した。各元素についてフィッティング後に syn++を使って吸収線を含まない連続成分曲線を出力する。この連続成分とフィッティング曲線についてスプライン補間を行ったのち、ある波長における連続成分のフラックス F_C とフィッティング曲線のフラックス $F_{\rm fit}$ の差を波長 $\lambda_{\rm min}$ から $\lambda_{\rm max}$ まで 1 Å 間隔で足し合わせ、区間の中心波長におけるフラックス F_0 で割ることで規格化した吸収線 強度 I を計算した。これを式で表すと、

$$I = \frac{\sum_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} (F_{\rm C} - F_{\rm fit})}{F_0} \tag{2.8}$$

となる。この規格化した吸収量を、本研究における吸収線強度とする。ここで連続成分とフィッティング曲線が交わらない天体もあったため、連続成分に対してモデルスペクトルの元素吸収が始まる波長 λ_{\min} と吸収が終わる波長 λ_{\max} は天体ごとに目で見て決定した。図 2.7 に吸収線強度の計算過程をまとめた。ある元素について吸収線がスペクトル中に確認できない天体、またはフィッティングができなかった天体について



図 2.7: 吸収線強度の抽出方法。ここでは SN2000dj の H α 線を例に上げる。モデルスペクトルが赤の実線、 連続成分が青の鎖線である。 λ_{\min} が緑の実線・左で λ_{\max} が緑の実 線・右、 λ_{\min} と λ_{\max} の中間波長を黒の 破線で示している。実線区間で $F_{\rm C}$ と $F_{\rm fit}$ の差を足し合わせたものを F_0 で割った値を吸収線強度 I とした。

は、吸収線強度はゼロとして抽出した。吸収線が見えていないということは天体における当該元素量が非 常に少ないということであり、すなわち吸収線強度がゼロに近い値であると解釈できるからである。ある元 素がスペクトル中に確認できない天体、またはフィッティングができなかった天体の膨張速度は解釈・推定 が困難なため「データなし」とした。

本研究では母銀河の NaD 吸収線強度も変数候補とした。NaD 吸収線強度は天体の母銀河における星間 吸収の指標となるため、極大等級の補正に寄与することが期待できる。NaD は 5890 Å と 5896 Å の吸収波 長を持つが、本研究ではこれらの吸収強度を足し合わせたものを NaD 吸収線強度とした。NaD 吸収強度計 算は以下の手順で行った。母銀河からのスペクトルは膨張等による偏移をしていないため、NaD 吸収線は 天体によらず 5890 Å と 5896 Å に現れる。よって、スペクトルデータについて 5880 Å におけるデータ点 と 5910 Å におけるデータ点の間で直線を引き、それを NaD 吸収線付近における連続成分とした。これに ついて 5887 Å から 5899 Å の範囲について、連続成分のフラックス $F_{\rm C}$ とスペクトルデータのフラックス $F_{\rm obs}$ の差を足し合わせることで NaD の吸収量を計算し、その中心波長である 5893 Å におけるフラックス F_0 で吸収量を割り規格化した値を NaD 吸収線強度 $I_{\rm NaD}$ とした。これを式で表すと

$$I_{NaD} = \frac{\sum_{\lambda=580A}^{\lambda=5910A} (F_{\rm C} - F_{\rm obs})}{F_0}$$
(2.9)

となる。連続成分の直線からデータのフラックスを引いた差分を機械的に足し合わせているため、NaD吸収量に対しノイズ成分が大きい天体については、NaD吸収線強度が負になる場合もある。NaD吸収線強度の計算手順を図 2.8 にまとめた。

以上の方法によって、スペクトルデータから情報を抽出した。これらに加え、syn++のパラメータ a_0 、 a_1 、 $a_2 \ge T_{photo}$ を CCSN の変数候補として用いた。 a_0 、 a_1 、 a_2 は連続成分の傾きや折れ曲がりなど黒体 放射からのフラックス減少と関係しているため、母銀河の星間吸収を表現した変数として補正に寄与する 可能性がある。また、極大日からスペクトル取得日までの経過日数 t_d も変数候補に含めた。超新星のスペ クトルは時間経過によって変化する。極大日からの経過日数を加味することで、スペクトルの時間変化を考 慮した補正ができると期待できるため、 t_d も変数候補とする。

まとめると、本研究で変数候補として抽出したのは極大日からの経過日数 t_d 、H α 線の膨張速度 $V_{H\alpha}$ と吸収線強度 $I_{H\alpha}$ 、H β 線の膨張速度 $V_{H\beta}$ と吸収線強度 $I_{H\beta}$ 、FeII 線の膨張速度 V_{Fe} 、Fe5169 線の吸収線強度 I_{Fe5169} 、Fe4550 線の吸収線強度 I_{Fe4550} 、He 線の膨張速度 V_{He} と吸収線強度 I_{He} 、母銀河による NaD 吸収線強度 I_{NaD} 、スペクトル連続成分の全体的な強度と対応した a_0 、連続成分の傾きと対応した 1 次の係数 a_1 、連続成分の折れ曲がりと対応した 2 次の係数 a_2 、光球温度と対応した T_{photo} の計 15 変数である。抽出した変数とその天文学的意味について表 2.2 に示す。

フィッティングに際して、膨張速度が非常に速いため複数元素の吸収線が混ざってしまい特定元素の情報 を抽出することが難しいなど、吸収線は確認できるもののフィッティングが困難である天体は、極大日から 次に近い日付で取得されたスペクトルデータを使って解析した。スペクトル取得日の異なるデータによって もフィッティングが困難であった場合は、その天体は解析対象から外した。その際、II 型超新星のうち H α と H β 一方の情報しか抽出できなかった天体は解析対象から除外した。例外は SNII である SN1996cb であ る。SN1996cb について H 吸収線の情報は抽出できなかったが、IIb 型超新星であるためスペクトルが Ib 型的スペクトルに遷移していたと考えられる。よって SN1996cb は Ib 型として扱い解析に含めた。フィッ ティング困難により解析対象から外した天体として SN1997ef のスペクトルを図 2.9 に示す。



図 2.8: SN2001cm の NaD 吸収線とその強度の計算方法。青の実線は 5880 Å のデータ点と 5910 Å のデー タ点をつないだ直線であり、これを NaD の連続成分とした。連続成分 F_C とスペクトル F_{obs} の差を緑の実 線 5897 Å(左) から 5899 Å(右) の区間で足し合わせ、中心波長 (黒破線) におけるフラックス F_0 で割った 値を I_{NaD} とした。

変数候補	定義	天文学的意味
t_d	極大からスペクトル測定までの経過日数	スペクトル時間変化の指標として想定される
$V_{\mathrm{H}\alpha}$	$ m Hlpha$ 線膨張速度 $[10^3 m kms^{-1}]$	
$I_{\mathrm{H}lpha}$	$H\alpha$ 吸収線強度	II 吸収値け II 刑招新見の特徴である
$V_{\mathrm{H}eta}$	${ m H}eta$ 線膨張速度 $[10^3 { m km s^{-1}}]$	11 吸収線は11 至絶利生の符曲でのる
$I_{\mathrm{H}lpha}$	$\mathrm{H}eta$ 吸収線強度	
$V_{\rm Fe}$	FeII 線膨張速度 [10 ³ kms ⁻¹]	
$I_{\rm Fe5169}$	FeII 吸収線強度 $(\lambda = 5169 \text{ Å})$	FeII 吸収線は重力崩壊型超新星一般に現れる吸収線である
$I_{\rm Fe4550}$	FeII 吸収線強度 $(\lambda = 4550 \text{ Å})$	FeII 吸収線は爆発中・後期に現れる吸収線である
$V_{\rm He}$	$He $ 線膨張速度 $[10^3 km s^{-1}]$	He 吸収線は II 型、Ib 型超新星に現れる吸収線である
I_{He}	He吸収線強度	He 吸収線は爆発初期に現れる吸収線である
$I_{\rm NaD}$	NaD 吸収線強度	天体の母銀河による星間吸収を表している
a_0	連続成分の定数項	
a_1	連続成分の傾きに関する1次係数	天体の母銀河による星間吸収の指標として想定される
a_2	連続成分の折れ曲がりに関する2次係数	
T_{photo}	光球温度 [10 ³ K]	黒体放射を表した指標として想定される

表 2.2: 重力崩壊型超新星の変数候補として抽出した変数とその天文学的意味



図 2.9: SN1997ef のスペクトル。吸収線が混ざってしまっており、元素を特定することができない。

スペクトルから変数候補となる要素を抽出できたのは *B* バンド極大等級の情報を持つ 29 天体、*V* バンド極大等級の情報を持つ 28 天体である。*B* バンド極大等級と抽出した要素を表 2.3 に、*V* バンド極大等級と抽出した変数を表 2.4 に示す。

$T_{ m photo}$	6.2	3.8	6.1	7.2	6.2	6.6	6.7	13.0	9.4	5.4	9.7	8.4	7.4	6.4	8.4	5.5	7.3	6.6	5.7	7.3	7.0	5.0	5.3	6.0	7.7	7.2	6.6	6.0	5.8
a_2	-0.80	-0.20	-0.40	-24.00	-0.40	-38.00	-22.00	1.80	3.00	0.00	2.80	0.35	0.40	-0.10	0.50	0.00	-10.00	0.00	0.10	0.30	-0.70	3.00	-0.10	0.00	0.10	0.00	-1.00	-1.00	0.00
a_1	0.00	0.58	0.00	-1.00	0.00	3.00	15.00	-0.20	-0.50	0.00	-0.60	0.00	0.10	0.00	-0.03	0.00	0.50	0.00	-0.10	-0.30	-0.10	-2.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10
a_0	3.20	0.75	0.16	10.60	0.56	21.00	16.00	4.00	7.90	2.80	1.80	0.20	0.15	0.40	0.37	0.38	12.00	0.37	0.15	1.20	0.30	1.40	1.10	5.30	0.14	0.31	1.50	0.70	0.26
$I_{\rm NaD}$	0.0	3.2	-0.1	1.6	0.2	-0.1	-0.1	0.0	0.5	0.0	0.2	-0.1	0.5	-0.1	0.6	0.1	0.0	0.1	-0.2	0.1	0.2	0.5	0.4	0.1	1.7	-0.0	0.4	-0.2	0.1
I_{He}	0.0	28.5	22.5	0.0	31.9	0.0	9.2	5.9	9.6	9.5	10.8	0.0	12.1	0.0	9.3	3.7	4.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8.9	0.0	11.3	0.0	0.0	0.0
$V_{\rm He}$		9.4	5.6		3.0	0.0	10.5	8.3	9.5	2.1	12.5		11.3		8.8	8.8	11.7							5.8		2.0			
$I_{\rm Fe4550}$	5.8	0.0	52.0	13.4	0.0	11.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.5	9.6	9.6	13.1	0.0	12.5	0.0	0.0	11.1	0.0	12.6	12.0	0.0
I_{Fe5169}	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	12.8	0.0	0.0	9.1	6.3	7.3	8.2	9.5	9.5	14.7	9.3	7.9	14.8	8.9	9.3	12.4
$V_{\rm Fe}$	14.8		6.8	14.9		15.7								2.5			11.8	7.6	7.9	7.0	3.9	7.6	6.8	5.0	7.9	2.0	7.9	3.0	5.5
$I_{{\rm H}\beta}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.4	3.3	5.3	6.1	6.3	8.2	8.4	10.2	11.3	11.8	13.3	14.3	16.5	19.1	20.5	21.5	22.6	22.8	23.4	23.8	24.8	26.0	27.6
$V_{{\rm H}\beta}$					0.0	0.0	12.6	9.2	9.9	3.0	13.2	6.4	12.0	3.2	10.3	9.0	12.2	8.3	7.5	7.6	5.2	8.1	7.4	6.2	8.3	3.5	7.8	5.2	5.8
$I_{\mathrm{H}\alpha}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	15.4	2.7	10.3	4.1	10.4	4.8	11.9	8.5	5.5	9.7	41.9	27.7	19.9	33.4	35.8	31.2	37.6	12.1	24.0	39.8	27.7	35.4	30.4
$V_{\mathrm{H}\alpha}$							12.5	10.1	10.7	4.4	14.4	7.0	14.0	4.0	11.8	10.4	14.2	9.0	8.8	8.6	6.2	9.6	8.3	7.9	10.0	4.0	9.2	6.3	7.0
M_B	-15.2	-14.9	-18.5	-15.6	-15.9	-17.3	-18.4	-14.8	-16.3	-15.1	-16.6	-14.7	-17.5	-15.8	-16.3	-15.8	-16.0	-16.9	-15.5	-15.1	-15.0	-17.0	-15.0	-16.6	-16.8	-15.3	-15.4	-17.0	-17.9
t_d	-	17	10	-1	104	9	1	$^{-1}$	0	109	-4	-3	ĉ	22	-3	0	6-	14	4	10	-11	14	12	11	19	0	22	30	37
Type	Ic	$_{\rm Ib}$	$^{\mathrm{ID}}$	\mathbf{Ic}	$_{\mathrm{III}}$	\mathbf{Ic}	Π	Π	IIIP	IIIP	III	Π	п	Π	П	П	Πb	п	Π	П	П	П	Π	Π	Π	П	П	п	III
NAME	SN1987M	SN1990B	SN1991D	SN1994I	SN1996cb	m SN2002ap	SN2004et	SN2005cs	SN1999em	SN2004dj	SN2001X	SN2003Z	SN2000bs	m SN2002gd	SN2002bx	SN2003hl	SN2011dh	SN2000dj	SN2002ca	SN2005ay	SN2001hg	SN2003iq	SN2000cb	m SN2002an	SN2001cm	SN1999D	m SN1999bg	SN2001bq	SN2004du

表2.3:Bバンド極大等級 M_B が観測された天体のスペクトルから抽出した変数候補とする要素のリスト。各変数候補の定義は表2.2を参照。

i																												
$T_{\rm photo}$	6.2	3.8	6.1	5.8	6.2	6.6	6.4	5.4	7.0	6.0	6.6	8.4	5.8	7.2	6.0	6.8	5.3	7.3	5.7	6.6	6.6	5.0	7.7	13.0	5.5	6.7	7.4	7.3
a_2	-0.80	-0.20	-0.40	-23.00	-0.40	-38.00	-0.10	0.00	-0.70	-1.00	-1.00	0.35	0.00	0.00	0.00	0.20	-0.10	0.30	0.10	0.00	-1.00	3.00	0.10	1.80	0.00	-22.00	0.40	-10.00
a_1	0.00	0.58	0.00	9.00	0.00	3.00	0.00	0.00	-0.10	0.00	0.00	0.00	-0.10	-4.00	0.00	0.00	0.00	-0.30	-0.10	0.00	0.00	-2.00	0.00	-0.20	0.00	15.00	0.10	0.50
a_0	3.20	0.75	0.16	21.00	0.56	21.00	0.40	2.80	0.30	0.70	0.90	0.20	0.26	5.30	5.30	2.40	1.10	1.20	0.15	0.37	1.50	1.40	0.14	4.00	0.38	16.00	0.15	12.00
$I_{\rm NaD}$	0.0	3.2	-0.1	1.7	0.2	-0.1	-0.1	-0.0	0.2	-0.2	0.7	-0.1	0.1	0.6	0.1	0.1	0.4	0.1	-0.2	0.1	0.4	0.5	1.7	0.0	0.1	-0.1	0.5	0.0
$I_{\rm He}$	0.0	28.5	22.5	0.0	31.9	0.0	0.0	9.5	0.0	0.0	7.4	0.0	0.0	0.0	8.9	2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.9	3.7	9.2	12.1	4.5
$V_{\rm He}$		9.4	5.6		3.0			2.1			3.0				5.8	5.3								8.3	8.8	10.5	11.3	11.7
I_{Fe4550}	5.8	0.0	52.0	0.0	0.0	11.7	0.0	0.0	0.0	12.0	12.4	0.0	0.0	0.0	0.0	9.9	0.0	13.1	9.6	9.6	12.6	12.5	11.1	0.0	0.0	0.0	0.0	13.5
$I_{\rm Fe5169}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	12.8	0.0	9.5	9.3	7.7	0.0	12.4	4.9	9.3	4.9	14.7	8.2	7.3	6.3	8.9	9.5	7.9	0.0	0.0	0.0	0.0	9.1
$V_{\rm Fe}$	14.8		6.8	12.6		15.7	2.5		3.9	3.0	4.5		5.5	5.5	5.0	6.4	6.8	7.0	7.9	7.6	7.9	7.6	7.9					11.8
$I_{{\rm H}\beta}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10.2	6.1	20.5	26.0	27.0	8.2	27.6	13.3	22.8	12.9	22.6	19.1	16.5	14.3	24.8	21.5	23.4	3.3	11.8	2.4	8.4	13.3
$V_{\mathrm{H}\beta}$							3.2	3.0	5.2	5.2	5.2	6.4	5.8	6.9	6.2	7.3	7.4	7.6	7.5	8.3	7.8	8.1	8.3	9.2	9.0	12.6	12.0	12.2
$I_{\mathrm{H}\alpha}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8.5	4.1	35.8	35.4	39.7	4.8	30.4	20.1	12.1	30.6	37.6	33.4	19.9	27.7	27.7	31.2	24.0	2.7	9.7	15.4	11.9	41.9
$V_{\mathrm{H}\alpha}$							4.0	4.4	6.2	6.3	6.4	7.0	7.0	7.9	7.9	8.1	8.3	8.6	8.8	0.0	9.2	9.6	10.0	10.1	10.4	12.5	14.0	14.2
M_V	-16.4	-18.1	-18.7	-16.2	-16.2	-17.9	-15.7	-16.4	-16.0	-17.1	-15.9	-14.4	-17.8	-16.4	-17.3	-16.6	-16.0	-15.2	-15.8	-17.3	-15.6	-17.0	-16.8	-14.7	-16.3	-18.0	-18.1	-16.7
t_d	1	17	10	3	101	9	22	111	-11	30	-2	4	33	1	11	9	-5	14	-3	15	22	14	20	-1	6-	-1	°°	-11
Type	\mathbf{Ic}	$_{\rm Ib}$	$_{\rm Ib}$	\mathbf{Ic}	$_{\mathrm{IIb}}$	\mathbf{Ic}	Π	IIP	Π	Π	Π	II	IIP	IIP	Π	III	II	П	II	II	Π	Π	II	II	II	II	II	IIb
NAME	SN1987M	SN1990B	SN1991D	SN1994I	SN1996cb	m SN2002ap	m SN2002gd	SN2004dj	m SN2001hg	SN2001bq	SN2002bx	SN2003Z	m SN2004du	SN1999em	m SN2002an	SN2001X	SN2000cb	SN2005ay	SN2002ca	SN2000dj	m SN1999bg	SN2003iq	m SN2001cm	SN2005cs	SN2003hl	SN2004et	SN2000bs	SN2011dh

表2.4:Vバンド極大等級 M_V が観測された天体のスペクトルから抽出した変数候補とする要素のリスト。各変数候補の定義は表2.2を参照。

2.2 変数選択の手法

2.1.3 節で抽出した要素を説明変数として、重力崩壊型超新星の極大等級の変数選択を行う。本研究では 近年注目を集める"スパースモデリング"のうち LASSO と交差検証を組み合わせた手法によって変数選択 を試みた。本章ではスパースモデリングと LASSO の紹介、過学習の問題と交差検証の特徴、そして本研究 における変数選択の解析手法について述べる [24][25][26]。

2.2.1 スパースモデリングについて

機械学習とはデータを機械に入力しデータが有するパターンを機械に学習させることであり、データから明らかになったパターンを説明するモデルを組み立てる。スパースモデリングもその骨子は「データを機械に学習させ、データから有力なパターンを導かせること」である。スパースモデリングの"スパース"とは"疎"の意味で、「様々なデータのうち本質部分に関わる要素は一部であるはずだ」という前提を表している。この条件を課すことで、サンプル数に対して説明変数が過剰な状況でも適切な解を得ることができるのである。

方程式に対しスパース性を付与する過程を示す。正規分布のように対称性のある測定誤差を持つデータ \vec{y} について、既知の行列 $A \ge \vec{y}$ によって式 $\vec{y} = A\vec{x}$ から \vec{x} を決定するためには

$$\vec{x} = \arg\min\left(\vec{y} - A\vec{x}\right)^2 \tag{2.10}$$

を満たす *x* を求めれば良い。ここで" arg" は「以下の条件を満たす」という意味であり、すなわち式は目的 変数 *y* と *Ax* の残差の二乗和が最も小さくなる *x* を求める式である。

式 2.11 は 2 次 (*L*₂) ノルムを使うと

$$\vec{x} = \arg\min\|\vec{y} - A\vec{x}\|_2^2 \tag{2.11}$$

という最小化問題に書き換えられる。ここで *z* の"n 次 (*L_n*) ノルム" は

$$\|\vec{z}\|_n = (\sum |z_i|^n)^{1/n}$$
(2.12)

と定義される。式は \vec{y} と $A\vec{x}$ の残差の L_2 ノルムの 2 乗を最小化する \vec{x} を求める問題に置き換えられるので ある。

ここで目的変数より説明変数が多くても方程式が解けるのは式 1.4 のような方程式について *x* 成分の大部分が 0 である場合であった。よって「*x* の非ゼロ成分の個数が最小となる」という条件を式 2.11 に付すことでスパース性の獲得が期待できる。この条件は、

$$\|\vec{x}\|_{0} = |x_{1}|^{0} + |x_{2}|^{0} + \dots + |x_{N}|^{0}$$
(2.13)

と書くことができ、非ゼロ要素の個数を表す $\|\vec{x}\|_0$ は $0 \propto (L_0)$ ノルムと呼ばれる。スパース性を付与する 別の方法として挙げられるのは「 L_1 ノルムが最小となるよう式 2.11 を解く」方法、 L_1 ノルム最小化であ る。 L_1 ノルムとは、

$$\|\vec{x}\|_1 = |x_1|^1 + |x_2|^1 + \dots + |x_N|^1$$
(2.14)

であり、すなわち *x* 成分の絶対値の総和である。「*x* 成分の絶対値の和が最小となることを要求すれば *x* の 非ゼロ成分の数が抑制されるだろう」という発想で、その方針は *L*₀ ノルム最小と同じである。*L*₀、*L*₁ ノ ルム最小化いずれによってもスパース解を期待できるが、L₀ ノルムを最小化しようとするならば、使用変数の個数や種類の組み合わせごと総当たり的に解析しなければならない。変数が多い場合に計算量が膨大になってしまうため、L₀ ノルム最小化は現実的な手法ではない。一般的に解のスパース性を担保するための条件として使用されるのは L₁ ノルム最小化法である。

2.2.2 LASSO と交差検証

ここで L_1 ノルム最小化の手法を重力崩壊型超新星の極大等級の変数選択に適用する場合を考える。観 測される極大等級は必ず誤差を含んでいる。よって、ノイズを有したデータに対するスパースモデリング を考える必要がある。ノイズのあるデータに対する L_1 ノルム最小化方法に Tibshirani(1994) が考案した LASSO(Least Absolute Shrinkage and SelectionOperator) がある [13]。LASSO は式 2.11 に対してデータ に対する適合度とスパース性のバランスを取る項として、係数 λ を持つ L_1 ノルムを組み込んだラグラン ジュ未定乗数法による最小化問題

$$\vec{x} = \arg\min\|\vec{y} - A\vec{x}\|_{2}^{2} + \lambda\|\vec{x}\|_{1}$$
(2.15)

によってスパースな解 \vec{x} を導出しようとするものである。 L_1 ノルムの係数である λ は式 2.15 の右辺全体 における L_1 ノルムの寄与の大きさを制御しており、 λ の大小によってノイズに対する許容度を変更するこ とができる。ノイズを加味したより本質的なモデルを立てることを"正則化"と呼ぶため、正則化を司る λ は正則化係数と呼ばれる。 λ を大きくすると式 2.15 全体における右辺第一項の比重が小さくなる。すなわ ちノイズを許容し、右辺第一項におけるデータに対するモデルの適合度よりも L_1 ノルムの最小化を重視し た式となる。 λ が小さいならば、式 2.15 全体における右辺第一項の比重が大きくなるため、 L_1 ノルムの最 小化よりもデータとモデルの違いを小さくすることが優先される。しかしながら、後者のようにノイズに 対する感度があまりに高い最小化式を解くと"過学習"という問題が生じることが知られている。

誤差を含むデータに対して高精度のモデリングをしようとするならば、使用変数を増やし微調整を行え ばよい。ところが、今あるデータに対する当てはまりを重視し多変数で作られたモデルは、多くの場合新た なデータに対する適合度が悪くなってしまう。すなわち予測精度が落ち、汎用性のないモデルとなってしま うのである。これが "過学習"である。図 2.10 は過学習の例を表している。データはy = x について正規分 布に基づく適当な誤差を与えたものである。データに対して 1 次の線形回帰 (青の直線) と直交多項式によ る 20 次の線形回帰 (赤の破線)を行うと、20 次式モデルは非常に高精度でデータを再現できる (左図)。し かしながら、左図のモデルをより分散が小さく誤差の小さい別データに対して適用してみると、1 次式の方 が 20 次式よりもデータに対する当てはまりがよいことが分かる (右図)。すなわち、左図で高精度のフィッ ティングを実現した 20 次式モデルは、ノイズをも説明しようとするあまりデータの本質を捉えられなかっ たということである。



図 2.10: 過学習の例。(左図) 青の直線はデータに対し1次の線形回帰を行ったモデル、赤の直線はデータ を20次の線形回帰を行ったモデルである。20次式はデータをほぼ完全に再現している。(右図)1次式モデ ルと20次式モデルを別のデータに適用したもの。20次式モデルは新たなデータに対する当てはまりが劣る ことが見て取れる。

LASSO における過学習を考えると、 λ を小さくし誤差に対する許容度を下げ必要以上に高精度なモデリ ングをしてしまうと、予測精度が悪く実用性のないモデル、本質には寄与しない変数を使用したモデルが 選択されてしまう恐れがある。CCSNの極大等級について変数選択を行う場合、将来得られるデータに対 する等級補正に寄与するか否かが重要である。本研究では、過学習を避けより重要な変数、極大等級に本質 的に寄与し補正項として汎用性のある変数を選択することが必要である。

過学習を避けつつ最適な λ を決定する手法に交差検証 (Cross Validation)がある。交差検証とは、N 個 のデータを学習用データと検証用データに分割し、学習用データについてモデルの最適化を行い得られた モデルを検証用データに適用することで、モデルの予測性能を検証する手法である。これにより過学習を 防ぐことができる。

交差検証の中でも K 分割交差検証 (K-Fold Cross Validation/以下 KCV) は、N 個のデータを K 個のグ ループ $G_1, G_2, ..., G_K$ に分割することで、フィッティンフとモデルの検証を K 回行う方法である。KCV の手順を詳しく述べる。まず、あるグループ G_i を除いた K-1 個のグループ全体を使ってフィッティング を行う。そこで得られたモデルを除いておいたグループ G_i に対して適用することで、モデルの性能を評価 する。これを K 個のグループーつーつに対して行うことで、最も性能のよいモデルを決定できる。LASSO との関係を考えると、データを分割し訓練データに対して様々な λ でフィッティングしたのち検証データで モデルを評価することで、最適な λ とそのモデルを決定することができる。それにより目的変数の説明に 最も寄与する、より本質的な変数を選択することが可能となる。データ数 N が小さい場合は分割の仕方に



図 2.11: 交差検証の基本手順。データを訓練用 (Training) と検証用 (Test) に分割し (1 段目 2 段目)、訓 練用データからモデルを構築して (3 段目)、モデルを検証用データに適用し、新しいデータに対するモデル の予測性能を評価する (4 段目)。

よる影響が強く出てしまうため、KCV の中でも N 個のデータを N 個のグループに分割する方法が推奨される。データーつーつを検証用データとして N 分割するこの手法は Leave-One-Out CrossValidation (以下 LOO-CV) と呼ばれる。

2.2.3 1次ノルム最小化の特徴と変数選択における留意点

ここでノルムごとの最小化問題の解の特徴に触れる。*L*₀ ノルム、*L*₁ ノルムの最小化に加え、2 次ノルム *L*₂ の最小化問題についても示す。*L*₂ ノルムは *x* 成分の二乗和の平方根であり、それを最小化することで式 2.11 にスパース性を付与できないだろうか、という発想である。

$$\|\vec{x}\|_{2} = \sqrt{|x_{1}|^{2} + |x_{2}|^{2} + \dots + |x_{N}|^{2}}$$
(2.16)

 L_0 ノルム最小化、 L_1 ノルム最小化と L_2 ノルム最小化の違いについて、M=1、N=2 のうち

$$y_1 = x_1 + 2x_2 \tag{2.17}$$

を例として考える。 L_0 ノルム最小化、すなわち非ゼロ要素の個数が最小となるよう条件を課すと $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}y_1$ または $x_1 = y_1, x_2 = 0$ が解となる。N=2に対して解の非ゼロ要素の数は1であり、スパース性を与える(つまり解の一部に値がゼロの要素を持つ)ことに成功している。また、得られる解は2つであった。 L_1 ノルム最小化、すなわち要素の絶対値の和が最小となる条件を与えると、 $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}y_1$ のみが解となる。 L_0 ノルムと同様に解のスパース性を獲得した一方で、解が1つのみ得られた。 L_2 を最小化すると、その解は $x_1 = \frac{1}{5}y_1x_2 = \frac{2}{5}y_1$ となり、スパース性を得ることはできない。これらを視覚的に示すと図 2.12 のようになる。



図 2.12: L_0 、 L_1 、 L_2 ノルムの最小化のイメージ。 L_0 ノルム (上段左図) が最小となるのは直線 $x_1 = 0$ 、 $x_2 = 0$ 上である。 L_1 ノルム (上段右図) が最小となるのはある長方形の辺上である。 L_2 ノルムが最小となるのはある円形の円周上である。 $\vec{y} = A\vec{x}$ との交点を考えると、 L_2 ノルム最小化ではスパースな解 (つまり値がゼロである要素を含む解)を得られていないことが分かる。

 L_0 、 L_1 ノルム最小化いずれによってもスパース性を得られることが分かった。ここで L_0 ノルム最小化 と L_1 ノルム最小化によって選択されたスパース解は L_0 ノルム最小化で 2 つの解、 L_1 ノルム最小化で 1 つ の解であった。 L_0 ノルム最小化の場合、選択された 2 つを検討して更に変数を絞り込むことが可能だが、 L_1 ノルムは解を 1 つしか選択しない。すなわち、 L_1 ノルム最小化はスパース解を与えることには長ける が、選択された解が正しいとは限らないのである。 L_1 ノルム最小化問題の解が意味することについて、十分に検討することが求められる。

2.2.4 スパースモデリングによる重力崩壊型超新星の極大等級の変数選択

以上を踏まえ本研究では、CCSN の極大等級に対する変数選択として次のような解析手法をとった。ま ず CCSN の極大等級からなる目的変数ベクトル \vec{y} と 2.1.3 節で抽出した変数候補からなる説明変数行列 Aに対して LASSO を実行する。表 2.3 と表 2.4 から分かるように、超新星の型によって元素の吸収線がない など膨張速度データを抽出できていない天体もあるため、すべての天体を解析対象とした変数選択は行え ない。よって本研究では以下のような天体の組み合わせで LASSO を行った。解析天体の数が 10 未満とな る組み合わせについては、結果に対する信頼性が著しく低いため、本研究では解析を行わなかった。

- 1. モデル II: II 型超新星 ($V_{H\alpha} \geq V_{H\beta}$ の情報を抽出できた天体)
- 2. モデル II.Fe: II 型超新星のうち FeII 線の情報を得られた天体 ($V_{\rm Fe}$ の情報を抽出できた天体)
- 3. モデル II.He: II 型超新星のうち He 線の情報を得られた天体 (V_{He} の情報を抽出できた天体)
- 4. モデル Fe: 重力崩壊型超新星のうち FeII 線の情報を得られた天体 (V_{Fe}の情報を抽出できた天体)
- 5. モデル He: 重力崩壊型超新星のうち He 線の情報を得られた天体 (V_{He} の情報を抽出できた天体)

各組み合わせについて LASSO を実行し、LASSO によって得られたモデルに対して KCV を行うことでモ デル改善に最適な λ の値、そして極大等級補正に最適な変数を選んだ。サンプル数は *B* バンドの極大等級 データのある天体数が全 29 天体、*V* バンドの極大等級のデータがある天体数が全 28 天体と少ないため、 検証は KCV のうち LOO-CV で行った。本研究ではデータとの平均二乗誤差 (Mean-Squared Error:MSE) が最も小さくなるモデルを最適モデルとして採用した。本研究では、LASSO の計算は統計ソフト"R[27]" のパッケージ"glmnet[28]"を使用した。また、LOO-CV は glmnet に実装された関数 cv.glmnet で行った。 選択されたモデルについて、係数ベクトル \vec{x} のうち値がゼロではない変数が極大等級補正の改善に貢献し た変数、すなわち本質部分に関わる可能性のある変数である。

第3章 結果

本章では2.2.4節のモデルごとに変数選択を行った結果を示し表3.1にまとめる。

3.1 II 型超新星極大等級の変数選択 [モデル II]

モデル II[2.2.4 節] について、*B* バンド極大等級の対象天体は表 2.3 中の $V_{H\alpha} \geq V_{H\beta}$ の情報を抽出できた 23 天体、*V* バンド極大等級の対象天体は表 2.4 のうち $V_{H\alpha} \geq V_{H\beta}$ の情報を抽出できた 22 天体が対象である。ここで LASSO と LOO-CV による変数選択における変数候補としたのは t_d 、 $V_{H\alpha}$ 、 $I_{H\alpha}$ 、 $V_{H\beta}$ 、 $I_{H\beta}$ 、 I_{Fe5169} 、 I_{Fe4550} 、 I_{He} 、 I_{NaD} 、 a_0 、 a_1 、 a_2 、 T_{photo} の計 13 変数である。天体ごとに FeII 線または He 線の膨張速度情報の有無が異なるため、FeII の速度 V_{Fe} と He の速度 V_{He} は変数候補から除外した。IIb 型である SN1996cb は II 型的スペクトルから Ib 型的スペクトルへと遷移しており、H 吸収線の情報を抽出できなかった。よって SN1996cb は、II 型ではあるもののここでの解析には含まれていない。

モデル II の M_V と変数候補に対して LASSO を行い交差検証で最適なモデルを選択した結果が図 3.1 で ある。縦軸はモデルとデータの MSE であり、下付き横軸は正則化係数 λ の対数、上付き横軸はそのモデル で使用された変数の数 (非ゼロ要素の数)である。破線のうち左の線は MSE が最小となるモデルである。図



図 3.1: LASSO と交差検証によるモデル II 天体の V バンド極大等級 M_V の変数選択の結果。横軸は λ の 対数値、縦軸はモデルとデータの平均二乗誤差である。上付き横軸はモデルの使用変数の数を表している。 3.1 より、MSE が最小となるのは 4 つの変数でモデル化した場合であることが分かる。ここで選択された 変数は H α の速度 $V_{
m H\alpha}$ 、He の吸収線強度 $I_{
m He}$ 、スペクトル連続成分の折れ曲がりと関係する項 a_2 、光球温度 $T_{
m photo}$ であった。

 λ の変化と変数の選択順について表したのが図 3.2 である。各線は変数候補と対応しており、0 ではない 値を持つものが極大等級の補正に寄与した変数ということである。 λ が小さくなるにつれ、すなわちノイズ に対する感度が上がるにつれ多くの変数が選択されていることが分かる。図中の縦の破線は、モデルとデー タの残差の二乗和が最も小さくなるモデルとして LOO-CV により選択された λ とモデルを示している。縦 の破線の位置において非ゼロの値を持つものが選択された変数 $V_{\text{H}\alpha}$ 、 I_{He} 、 a_2 と T_{photo} である。図 3.2 を見 ると、 λ が大きい値から小さい値になるにつれて T_{photo} が最初に選択され、次いで $V_{\text{H}\alpha}$ と I_{He} がほぼ同時 に選択されて、最後に a_2 が選択されたことが分かる。



図 3.2: モデル II 天体の V バンド極大等級 M_V に対する LASSO による変数選択の過程と交差検証による 最適モデル (縦の破線)。下付きの横軸は λ の対数値、上付きの縦軸はモデルにおける使用変数の個数であ る。縦軸はモデルにおける変数の係数値であり、これが非ゼロであるものが極大等級の補正に使用された変 数である。

モデル II の M_B と変数候補に対して LASSO を行い交差検証で最適なモデルを選択した結果が図 3.3 で ある。各軸の意味は図 3.1 と同様である。下付き横軸を見ると λ の対数値が負方向に大きくなるほど MSE が大きくなっていることが分かる。上付き横軸を見ると使用変数の数 (すなわち非ゼロ要素の数)が増える につれ MSE が単調に増加することが示されている。また、破線が使用変数ゼロのところに位置しているこ とから、変数を1つも使用しない場合に MSE が最小となった、変数により補正しても極大等級のモデルが 改善しないことが示されている。すなわち本解析では B バンド極大等級 M_B の説明変数の候補は1つも選 択されなかったということである。



図 3.3: LASSO と交差検証によるモデル II 天体の *B* バンド極大等級 *M_B* の変数選択の結果。各軸は図 3.1 と同様。

3.2 鉄/ヘリウムの吸収線の情報を抽出できた II 型超新星に対する極大 等級の変数選択 [モデル II.Fe/モデル II.He]

まずモデル II.Fe[2.2.4 節] の結果を示す。*B* バンド極大等級に関するモデル II.Fe の対象天体は表 2.3 の うち $V_{\text{H}\alpha} \geq V_{\text{H}\beta}$ 、 V_{Fe} の情報を抽出できた 14 天体、*V* バンド極大等級に関しては表 2.4 のうち $V_{\text{H}\alpha}$ 、 $V_{\text{H}\beta}$ $\geq V_{\text{Fe}}$ の情報を抽出できた 16 天体である。ここで変数候補としたのは t_d 、 $V_{\text{H}\alpha}$ 、 $I_{\text{H}\alpha}$ 、 $V_{\text{H}\beta}$ 、 $I_{\text{H}\beta}$ 、 V_{Fe} 、 I_{Fe5169} 、 I_{Fe4550} 、 I_{He} 、 I_{NaD} 、 a_0 、 a_1 、 a_2 、 T_{photo} の計 14 変数である。 V_{He} 情報の有無は天体によってこと なるため、ここでは変数候補から外している。

モデル II.Fe の M_B と変数候補に対して LASSO を行い交差検証で最適なモデルを選択した結果が図 3.4 である。破線の位置から、MSE が最小となるのは 1 変数のみを使用したモデルだと分かる。ここで選択されたのは極大日からスペクトル取得日までの経過日数 t_d であった。



図 3.4: LASSO と交差検証によるモデル II.Fe 天体の *B* バンド極大等級 *M_B* の変数選択の結果。各軸は図 3.1 と同様。

モデル II.Fe の M_V と変数候補に対して LASSO を行い交差検証で最適なモデルを選択した結果、図 3.3 に見られたような変数なしのモデルで MSE 最小となる結果が得られた。すなわち本解析では変数候補 1 つもは選択されなかった。

次いでモデル II.He[2.2.4 節] の結果を示す。B バンド極大等級については表 2.3 のうち $V_{\text{H}\alpha}$ 、 $V_{\text{H}\beta}$ と V_{He} の情報を抽出できた 14 天体が対象である。V バンド極大等級については表 2.4 中に $V_{\text{H}\alpha}$ 、 $V_{\text{H}\beta}$ と V_{He} の情報を抽出できたのは 9 天体であったが、これは議論に足るサンプル数ではないと判断して変数選択を行わなかった。ここで変数候補としたのは t_d 、 $V_{\text{H}\alpha}$ 、 $I_{\text{H}\alpha}$ 、 $V_{\text{H}\beta}$ 、 I_{Fe5169} 、 I_{Fe4550} 、 V_{He} 、 I_{He} 、 I_{NaD} 、 a_0 、 a_1 、 a_2 、 T_{photo} の計 14 変数である。 V_{Fe} 情報の有無は天体によって異なるため、ここでは変数候補から外している。

モデル II.He の M_B と変数候補に対して LASSO を行い、交差検証で最適なモデルを選択した結果が図 3.5 である。MSE を最小とするのは 5 変数を用いたモデルだと分かる。ここで選択されたのは H α の速度 $V_{\text{H}\alpha}$ 、H β の速度 $V_{\text{H}\beta}$ 、He の吸収線強度 I_{He} 、スペクトル連続成分の傾きと関係した a_1 、光球温度 T_{photo} であった。



図 3.5: LASSO と交差検証によるモデル II.He 天体の V バンド極大等級 M_V の変数選択の結果。各軸は図 3.1 と同様。

 λ の変化と変数の選択順について表したのが図 3.6 である。 λ が小さくなるにつれ、順に a_1 、 $V_{H\beta}$ 、 I_{He} 、 $V_{H\alpha}$ 、そして T_{photo} が選択された。



図 3.6: モデル II.He 天体の *B* バンド極大等級 *M_B* に対する LASSO による変数選択の過程と交差検証による最適モデル (縦の破線)。各軸の意味は図 3.2 と同様である。

3.3 重力崩壊型超新星全体を包括した極大等級の変数選択[モデルFe/モ デルHe]

まずモデル Fe[2.2.4 節] の結果を示す。B バンド極大等級については表 2.3 のうち V_{Fe} の情報を抽出できた 19 天体、V バンド極大等級については表 2.4 のうち V_{Fe} の情報を抽出できた 21 天体が対象である。ここでの変数候補は t_d 、 $I_{\text{H}\alpha}$ 、 $I_{\text{H}\beta}$ 、 V_{Fe} 、 I_{Fe5169} 、 I_{Fe4550} 、 I_{He} 、 I_{NaD} 、 a_0 、 a_1 、 a_2 、 T_{photo} の計 12 変数である。SNIb/c も含んでいるため H 線膨張速度の情報を持たない天体があること、天体によって He 線膨張速度情報の有無が異なっていることから、H 線の速度 $V_{\text{H}\alpha}$ と $V_{\text{H}\beta}$ 、He 線の速度 V_{He} は変数候補から除外した。

モデル Fe の M_B について LASSO を行い交差検証で最適なモデルを選択した結果、変数は選択されなかった。

モデル Fe の M_V について LASSO を行い交差検証で最適なモデルを選択した結果、変数は選択されなかった。

次いでモデル He[2.2.4 節] の結果を示す。B バンド極大等級については表 2.3 のうち V_{He} の情報を抽出 できた 14 天体、V バンド極大等級については表 2.4 のうち V_{He} の情報を抽出できた 13 天体が対象である。 ここでの変数候補は t_d 、 $I_{\text{H}\alpha}$ 、 $I_{\text{H}\beta}$ 、 I_{Fe5169} 、 I_{Fe4550} 、 V_{He} 、 I_{He} 、 I_{NaD} 、 a_0 、 a_1 、 a_2 、 T_{photo} の計 12 変数 である。SNIb/c も含めた解析のためスペクトルに H 線膨張速度の情報を持たない天体があること、天体に よって FeII 線の膨張速度情報の有無が異なっていることから、H 線の速度 $V_{\text{H}\alpha}$ と $V_{\text{H}\beta}$ 、Fe 線の速度 V_{Fe} は 変数候補から除外した。

モデル He の M_B について LASSO を行い、交差検証で最適なモデルを選択した結果、変数は選択されなかった。

モデル He の M_V について LASSO を行い、交差検証で最適なモデルを選択した結果が図 3.7 である。 MSE が最小になるモデルの変数として光球温度 T_{photo} が選択された。



図 3.7: LASSO と交差検証によるモデル He 天体の V バンド極大等級 M_V の変数選択の結果。各軸は図 3.1 と同様。

以上、重力崩壊型超新星の B バンド極大等級 M_B と V バンド極大等級 M_V について 5 つのモデルで LASSO と交差検証による変数選択を行った。その結果を表 3.1 にまとめる。ここで"—"はその変数を解析 対象に入れなかったことを表す。各数値は LASSO と交差検証により選択されたモデルにおける各変数の係 数である。0 ではない係数値を持つ変数が重要変数として選択された変数である。

モデル		II	II.He	II.Fe	е	F	'e		He
バンド	В	V	В	В	V	В	V	В	V
天体数	23	22	11	14	16	19	21	14	13
変数候補				係数(直				
t_d	0	0	0	-0.02	0	0	0	0	0
$V_{\mathrm{H}\alpha}$	0	-0.06	-0.08	0	0			—	_
$I_{\mathrm{H}\alpha}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_{{ m H}eta}$	0	0	-0.01	0	0				—
$I_{{ m H}eta}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_{\rm Fe}$	—			0	0	0	0	_	—
$I_{\rm Fe5169}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$I_{\rm Fe4550}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$V_{\rm He}$			0	_				0	0
$I_{\rm He}$	0	-0.03	-0.06	0	0	0	0	0	0
$I_{\rm NaD}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_1	0	0	-0.09	0	0	0	0	0	0
a_2	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0
$T_{\rm photo}$	0	0.17	0.02	0	0	0	0	0	0.04

表 3.1: LASSO と交差検証によって選択された MSE 最小化モデル。モデルの名称は 2.2.4 節を参照。

第4章 考察

本章では重力崩壊型超新星の極大等級を補正するモデルとして第3章で選択された諸変数に関する天文 学的意味の考察と先行研究との比較を行う。

4.1 変数選択の結果について

4.1.1 水素膨張速度とヘリウム吸収線強度

モデル II の V バンド極大等級 M_V に対する変数選択 [3.1 節] では H α 線膨張速度 $V_{H\alpha}$ と He 吸収線強度 I_{He} が選択された。これらはモデル II.He の B バンド極大等級 M_B に対する変数選択 [3.2 節] でも同様に選択されている。また、後者では併せて H β 線膨張速度 $V_{H\beta}$ も選択されている。これらはいずれも負の係数を 持つ変数として選択された。絶対等級は負の方向に大きくなるほど明るいため、今回の選択結果は H 膨張 速度が大きいほど明るい、He 吸収線強度が大きいほど明るい関係を意味する。図 4.1 の左図はモデル II の M_V と $V_{H\alpha}$ 、右図はモデル II.He の M_B と $V_{H\alpha}$ の散布図である。外れ値の疑いのある天体はないため、ある天体の強い個性に影響されたのではなく、全体の傾向を反映した変数選択の結果であると言える。図 4.2



図 4.1: 右図:モデル II の V バンド極大等級 $M_V(縦軸)$ と H α 線膨張速度 $V_{H\alpha}(横軸)$ の散布図。左図:モデル II.He の V バンド極大等級 $M_V(縦軸)$ と H α 線膨張速度 $V_{H\alpha}(横軸)$ の散布図。

は He 線情報を抽出できた SNII の $M_B \ge V_{H\beta}$ の散布図である。外れ値の疑いのある天体は確認できないため、 $V_{H\beta}$ が選択されたことも全体の傾向を捉えた結果だったと言える。図 4.3 の左図はモデル II の M_V と



図 4.2: 図:モデル II.He の V バンド極大等級 $M_V(縦軸)$ と H α 線膨張速度 $V_{H\beta}(横軸)$ の散布図。

 $I_{
m He}$ 、右図はモデル II.He の M_B と $I_{
m He}$ の散布図である。外れ値と疑われる天体は見て取れないため、全体の傾向として $I_{
m He}$ が選択されたと考えられる。



図 4.3: 右図:モデル II の V バンド極大等級 $M_V(縦軸)$ と He 吸収線強度 $I_{\text{He}}(横軸)$ の散布図。左図:モデ \mathcal{H} II.He の V バンド極大等級 $M_V(縦軸)$ と He 吸収線強度 $I_{\text{He}}(横軸)$ の散布図。左図のうち I_{He} が 0 の天体 は He 線が見えなかった、あるいは He 線の情報を抽出できなかった天体である。

「H線膨張速度が大きいほど明るい」という関係について考察する。H α 線とH β 線の起源であるH外層は超新星爆発で生じた爆発エネルギーの一部を受け取り、それが運動エネルギーに変換されある速度で膨張する。するとH α 線膨張速度とH β 線膨張速度は水素ガスの運動エネルギーの指標であり、今回の変数選択の結果はガスの運動エネルギーが大きいほど絶対等級が明るい関係を表していると考えられる。天文学

的見地からデータ駆動型変数選択の結果が理解でき、 $V_{H\alpha} \ge V_{H\beta}$ が SNII の極大等級を補正する重要変数 である可能性が示唆されたと言える。

ここで H 膨張速度について、モデル II.He の M_B に対する変数選択 [3.2 節] の図 3.2 における変数の選 択順に注目する。 λ はノイズに対する許容度を制御する正則化係数であった。 λ が大きい時に選択された (λ で 0 ではない係数 (縦軸) を持つ) 変数ほど極大等級の補正における重要度が高いと考えることができる。図 3.2 から、先に $V_{\rm H\beta}$ が選択され後に $V_{\rm H\alpha}$ が選択されたことが分かる。しかし $V_{\rm H\alpha}$ が選択されて以降は $V_{\rm H\beta}$ の係数の絶対値が減少しており、一方で $V_{\rm H\alpha}$ の係数の絶対値が増加していることが分かる。 $V_{\rm H\alpha}$ と $V_{\rm H\beta}$ 双 方とも運動エネルギーを表した指標であるが、補正に使用するのはどちらか一方で十分であると解釈する こともできる。実際モデル II.He の B バンド極大等級を持つ天体について $V_{\rm H\alpha}$ と $V_{\rm H\beta}$ の間には強い相関が 見て取れる (図 4.4)。



図 4.4: モデル II.He の B バンド情報を有する天体における H β 線の膨張速度 (横軸) と H α 線の膨 張速度 (縦軸) の散布図。

「He 吸収線強度が大きいほど明るい」という関係について考察する。He 吸収強度が強くなる要因の1 つに親星のHe 含有量が多いことが想定される。また、質量が大きい星ほどHe を多く生成しHe 含有量が 大きいと考えられ、He 吸収線強度は親星の質量を反映した指標として解釈できる。すなわち「He 吸収線強 度が大きいほど明るい」という関係は、親星の質量が大きいほど SNII の極大等級が明るいことを意味し、 これは天文学的見地に適っている。

 I_{He} が大きいほど M_V が明るいということは、He吸収強度が強いほど、つまり爆発前の親星のHe含有量が多いほど極大等級が明るい関係を意味している。恒星の進化過程を考えると、質量が大きい恒星ほどHe含有量が多くなると想定される。よって I_{He} はII型超新星の親星の指標であると解釈することが可能である。すなわち今回の変数選択の結果は、親星の質量が大きいほど極大等級が明るい関係を示していると考えられ、これは天文学的見地に適っている。よって I_{He} がSNIIの極大等級を補正する重要変数である可能性が示唆されたと言える。

以上、水素ガスの膨張速度は爆発により水素ガスが受け取った運動エネルギーの指標として、ヘリウム 吸収線強度が爆発前の親星の質量の指標として SNII の極大等級補正に寄与する可能性が示された。

4.1.2 その他の変数

本研究ではスペクトルから NaD 吸収線強度 I_{NaD} を抽出し変数候補としていた。NaD 吸収線強度は母銀河による星間吸収の指標である。星間吸収は観測される明るさに必ず寄与している変数であるため、吸収による極大等級の減光を補正する項として選択されると予想されたが、3章では全く選択されなかった。ここで例としてモデル II の V バンド対象天体 22 天体について I_{NaD} と M_V の散布図 4.5 を見ると、 I_{NaD} が 0.5 未満の天体が多くあることが分かる。



図 4.5: モデル II の V バンド極大等級 M_V と NaD 吸収線強度 I_{NaD} の散布図。横軸が NaD 吸収線強度で 縦軸が V バンド極大等級である。

例として $I_{\text{NaD}} \sim 0.5 \text{ o SN}2000 \text{cb} \geq I_{\text{NaD}} \sim 0.4 \text{ o SN}2000 \text{bs}$ のスペクトル全体 (左列) と NaD 吸収線付 近を拡大したスペクトル (右列) を図 4.6 に示す。NaD 吸収線は周りのノイズと比べて卓越しているとは言 い難い。つまり本研究で対象とした天体には母銀河で強い星間吸収を受けたものが偶然少なかったのであ る。これにより、 I_{NaD} が選択されなかったのは、対象天体のスペクトルにおける NaD 吸収線強度が有意で はなかったたことが原因だと推測される。



図 4.6: 上段: NaD 吸収線強度 $I_{\text{NaD}} \sim 0.5$ である SN2000bs のスペクトル。左図スペクトルのうち静止波 長 5800-6000 Å の範囲を右図に抜き出した。破線位置が 5890 Å、5896 Å の NaD 吸収波長である。下段: NaD 吸収線強度 $I_{\text{NaD}} \sim 0.4$ である SN2000cb のスペクトル。左図スペクトルのうち静止波長 5800-6000 Å の範囲を右図に抜き出した。破線位置が 5890 Å、5896 Å の NaD 吸収波長である。

モデル II.Fe の B バンド極大等級 M_B に対する変数選択 [3.2 節] では、極大からスペクトル取得までの 経過日数 t_d が選択された。時間経過によるスペクトルの変化を補正する効果を期待して t_d を変数候補に入 れたが、 t_d 単体で選択される結果となった。これは「極大から何日後にスペクトルを取得したか」のみが補 正に効くという物理的解釈が難しい結果である。また、その係数は負の値であり、すなわち「極大から長期 間経ってスペクトルを取得するほど天体が明るい」という関係性である。散布図 4.8 を見ると確かに t_d が 大きいほど明るい関係が見られるが、これは「長期間経ち時間経過による減光が起こってもスペクトルが取 得できるほど極大等級が明るかった」ということを表しているだけであり、本質的関係性ではないと考えら れる。いずれにせよ t_d のみが補正変数となるとは考えにくく、これは本質を捉えた変数選択の結果ではな く本研究におけるサンプルに限り偶然 t_d が補正に最適として選択されてしまったと考えられる。

モデル II の V バンド極大等級 M_V に対する変数選択 [3.1 節] では光球温度 T_{photo} が選択された。これは モデル II.He の B バンド極大等級 M_B に対する変数選択 [3.2 節]、モデル He の V バンド極大等級 M_V に 対する変数選択 [3.3 節] でも同様である。いずれも係数は正の値で選択されており、これは光球温度が低い ほど極大等級が明るい関係を意味する。ここで光球温度は超新星爆発の光球からの黒体放射を仮定した値 であり、光球温度が低いほど赤い色の天体となることから、今回選択された関係は「赤い天体ほど明るい」 という関係も意味している。ここで光度 L との間に $L \propto R^2 T_{\text{photo}}^4$ の関係がある。ここで R は光球半径で ある。この式から、R が一定であれば T_{photo} が高いほど光度 L が明るいことが想定されるが、本研究では



図 4.7: モデル II.Fe の B バンド極大等級 $M_B(縦軸)$ と極大からスペクトル取得までの経過日数 t_d (横軸) の 散布図。

これと逆の関係が選択された。一方でRが小さいならば T_{photo} が大きくても極大等級が暗いことは説明がつく。ここで光球半径Rは光球の膨張速度 V_{photo} と爆発からの経過日数 $t_{\text{explosion}}$ によって

$$R = V_{\rm photo} t_{\rm explosion} \tag{4.1}$$

と表すことができる [29]。一般に光球の膨張速度として弱い吸収線 (Fe_{II} など)の膨張速度が使用される [30]。 ここで本研究について、発見からスペクトル取得までの経過日数を $t_{explosion}$ 、He 又は FeII の膨張速度を V_{photo} とすることで光球半径を概算することができる。変数として T_{photo} が選択されたモデル II の M_V 、 モデル II.He の M_B 、モデル He の M_V について R を求め、 $-2.5 \log_{10} (R^2 T_{photo}^4)$ を横軸に、絶対等級 Mを縦軸に取った散布図が図 4.8 である。ここで等級 m と光度 L の間には $m = -2.5 \log_{10} L + C$ (定数) の関 係があるので、 $M = -2.5 \log_{10} (R^2 T_{photo}^4) + C$ (定数) の関係が推測されるが、図 4.8 からはそういった相関 は見て取れない。よって T_{photo} が大きい天体が暗いことの原因は R が小さいことが原因ではないと考えら れる。よって現状、今回選択された「 T_{photo} が大きいほど暗い」という関係は天文学的理解が困難である。



図 4.8: モデル II.He の B バンド、モデル II の V バンド、モデルの HeV バンドの対象天体について、黒体 放射を仮定した光球の明るさの概算値 $-2.5\log_{10}(R^2T_{photo}^4)$ と絶対等級 M の散布図。丸点は B バンド極大 等級で三角点は V バンド極大等級である。色の明るい点ほど光球温度 T_{photo} が大きいことを示す。また、 モデル II.He の B バンドの対象天体の光球半径 R は光球の膨張速度にヘリウム線膨張速度 V_{He} を使用した。 モデル II の V バンドの対象天体については鉄の膨張速度 V_{Fe} を光球の膨張速度とし、 V_{Fe} を抽出できてい ない天体は V_{He} を光球の膨張速度とした. モデル He の V バンドにおける対象天体は、 V_{He} を光球の膨張速度 度とした。 V_{Fe} 、 V_{He} ともに情報のない天体は除外している。

ここで SNII の V バンド極大等級 M_V について図 3.2 を見ると、最初に選択された変数が T_{photo} である と分かる。また、SNII の M_V と光球温度 T_{photo} の散布図 4.9 を見てみると、外れ値の疑いのある 1 天体 (赤・三角点) が見て取れる。このことから、外れ値の傾向をも説明しようとした結果、本来は極大等級に 本質的寄与をしない変数が解釈困難な形で選択されてしまった可能性がある。このデータを外れ値として 除外してモデル II の M_V に対し再度 LASSO と LOO-CV を行ったところ、変数は選択されなかった。

モデル II の V バンド極大等級 M_V に対する変数選択 [3.1 節] では連続成分の折れ曲がりと関係した 2 次の係数 a_2 が正の係数で選択された。式 2.7 より、syn++では a_2 を負の方向に大きくするほど連続成分のフラックスが 6500 Å を中心に凸方向に曲がる。すなわち a_2 が負の方向に大きくなるほど低波長側が暗い、すなわち赤い天体であると考えられる。また、赤い天体ほど星間吸収が大きいと考えられるので、 a_2 が母銀河による星間吸収を補正する項として寄与するならばその係数は負の値、 a_2 が小さいほど暗い関係となるはずである。しかし本研究で選択されたのは a_2 の係数値が正であるという、星間吸収の影響が大きくなるほど M_V が明るくなる関係である。これは天文学的な見地とは相容れず、解釈が困難である。ここで a_2 と M_V の散布図 4.10 を見てみると、外れ値の疑いがある 2 天体が見て取れる。これらを除いて変数選択を行ったところ、正の係数で T_{photo} のみが選択された。しかし先に述べたようにこれは天文学的解釈が困難な結果である。



図 4.9: モデル II の V バンド極大等級 M_V と光球温度 T_{photo} の散布図。横軸が光球温度で縦軸が V バンド 極大等級である。外れ値の疑いのある天体が 確認できる (赤・三角点)。



図 4.10: モデル II の V バンド極大等級 M_V と連続成分の折れ曲がり 2 次の係数 a_2 の散布 図。横軸が a_2 で縦軸が V バンド極大等級である。外れ値の疑いのある 2 天体が確認できる (赤・三角点)。

モデル II.He の B バンド極大等級 M_B の変数選択択 [3.2 節] では連続成分の傾きと関係した 1 次の係数 a_1 が負の係数値で選択された。すなわち a_1 が大きいほど M_B が明るい関係である。ここで式 2.7 より、 a_1 が正方向に大きくなるほど連続成分の短波長フラックスが減少し正方向に傾くので、 a_1 が正方向に大きい ほど赤い天体、星間吸収による明るさの減少が大きい天体であると考えられる。しかし今回選択されたのは 逆の関係、星間吸収の影響が大きくなるほど M_B が明るい関係であった。これは天文学的な解釈が困難で ある。ここで a_1 と M_B の散布図 4.11 を見ると、外れ値の疑いのある天体の存在が分かる。この天体が全 体に影響して a_1 が選択された可能性が考えられる。外れ値の疑いのある天体を除いて変数選択を行ったと ころ、 λ の値が小さくなるにつれ選択された変数は、順に母銀河の星間物質による NaD 吸収線強度 I_{NaD} 、



図 4.11: モデル II.He の *B* バンド極大等級 *M_B* と連続成分の傾きに関係する 1 次の係数 *a*₁ の散布図。横 軸が *a*₁ で縦軸が *B* バンド極大等級である。外れ値の疑いのある天体が確認できる (赤・三角点)。

 $H\alpha$ 線の膨張速度 $V_{H\alpha}$ 、He 吸収線強度 I_{He} 、光球温度 T_{photo} である (図 4.12)。



図 4.12: モデル II.He から外れ値の疑いのある a_1 を持つ天体を除き B バンド極大等級 M_B における変数選 択の過程と交差検証による最適モデル (縦の破線)。下付きの横軸は λ の対数値、上付きの縦軸はモデルに おける使用変数の個数である。縦軸はモデルにおける変数の係数値であり、これが非ゼロであるものが極大 等級の補正に使用された変数である。

変数選択の結果を表 4.1 に示す。負の係数で $V_{
m Hlpha}$ 、 $I_{
m He}$ 、 $I_{
m NaD}$ が選択され、正の係数で $T_{
m photo}$ が選択された。

変数候補	t_d	$V_{\mathrm{H}\alpha}$	$I_{\mathrm{H}\alpha}$	$V_{{\rm H}\beta}$	$I_{{\rm H}\beta}$	$I_{\rm Fe5169}$	$I_{\rm Fe4550}$	$V_{\rm He}$	I_{He}	$I_{\rm NaD}$	a_0	a_1	a_2	$T_{\rm photo}$
係数値	0	-0.07	0	0	0	0	0	0	-0.04	-0.81	0	0	0	0.03

表 4.1: モデル II.He の *B* バンド極大等級について外れ値の疑いのある *a*₁ を持つ天体を除いて LASSO と LOO-CV で変数選択を行った結果。

ここでも $V_{\text{H}\alpha}$ と I_{He} が負の係数で選択されている。4.1.1 節で述べたように、それぞれガスの運動エネル ギー、親星の質量の指標として解釈される。外れ値の疑いのある天体を除いた変数選択によってもこれらが 選択されたことから、 $V_{\text{H}\alpha}$ と I_{He} が SNII の極大等級補正において重要である可能性が高まったと言える。 一方で T_{photo} が正の係数で選択されたが、上述のようにこの結果は天文学的な解釈が困難である。

ここで新たに選択されたのが母銀河による星間吸収の指標としての NaD 吸収線強度 I_{NaD} である。 λ が 小さくなるに伴い一番最初に選択された変数が I_{NaD} であるため、この補正における重要度が高い変数であ ることが分かる。しかしその係数は負の値であり、すなわち NaD の吸収線強度が大きいほど天体が明るい 関係性が示されている。NaD 吸収線強度が母銀河による星間吸収であるから、この結果は光が多く吸収さ れるほど明るい関係を意味する。これは天文学的理解に反しており、解釈が困難であるが、 I_{NaD} と M_B の 散布図からは外れ値らしい天体は確認できない。しかし先述したように I_{NaD} が有意であると判断できない ため、この結果は今後の検証が必要である。



図 4.13: モデル II.He から外れ値の疑いのある a_1 を持つ天体を除いた B バンド極大等級 M_B と天体の母銀 河による NaD 線の吸収線強度 I_{NaD} の散布図。横軸が I_{NaD} 、縦軸が M_B である。

以上、本研究では極大からスペクトル取得までの経過日数 t_d が単体で説明変数となるモデルも選択された。これは時間経過による減光後もスペクトルを取得できるほど極大等級が明るかったことを表していると考えられるため、極大等級の本質を表した選択結果とは言い難い。母銀河による星間吸収の補正項として NaD 吸収線強度 I_{NaD} が寄与すると予想されたが、3章では選択されなかった。これは本研究で対象とした天体の NaD 吸収線強度が有意ではなかったためであると考えられる。また、光球温度 T_{photo} 、連続成分の折れ曲がりと関係した 2 次の係数 a_2 と連続成分の傾きと関係した 1 次の係数 a_1 が選択された。これらは系統誤差等の影響によって本来は極大等級と相関のない変数が今回のサンプルに限り偶然良い説明変

数となった可能性がある。しかし、これら3変数の選択結果はいずれも「赤い天体ほど明るい」関係を示している。低波長側ほど星間吸収が大きいことから、この結果は「星間吸収量が大きいほど明るい」と言い換えることもできる。実際、外れ値の疑いのある a_1 を除いたモデル II.He の M_B で変数選択を行うと、 I_{NaD} が大きいほど明るい関係、星間吸収量が大きいほど明るい関係が示された。 T_{photo} 、 a_1 、 a_2 、 I_{NaD} の4変数で示唆された「星間吸収量が大きいほど明るい」関係については、現状天文学的理解は困難であるものの、複数の変数が同じ関係を示唆しため信頼性の高い結果である可能性もある。今後も継続した議論が必要である。

4.2 Ib/c型超新星の極大等級補正について

SNII に関する変数選択 (モデル II、モデル II.Fe、モデル II.He) では水素ガス膨張速度とヘリウム吸収 線強度が極大等級補正に寄与する可能性が示された。一方で SNIb/c を含んだ変数選択 (モデル Fe。モデル He) では有力な変数候補と言える要素は選択されなかった。1.2.2 節で触れたように、SNIb/c は天体ごとの 個性が大きい。例えば SNIb の親星は、水素外層を失っているため He 層の流出が起こる。流出の程度は天 体によって異なるため、そこには多様性が存在する。He 外層を失った SNIc にも同様のことが言える。ま た、ある質量を超えると SNIb/c として超新星爆発を起こすため、その親星の質量規模にも個性がある。こ れらの要因により SNIb/c は SNII と比べて本来的に極大等級の補正が困難であると考えられる。一方で、 本研究では取り扱わなかった吸収線としてカルシウム (Ca) 吸収線がある。これは CCSN のスペクトルに共 通して見られる吸収線であるため、これに注目した研究を行うことで CCSN 極大等級補正につながる手が かりを得られる可能性はある。

4.3 選択された変数によるII型超新星の極大等級補正と先行研究との比較

運動エネルギーの指標として考えられる $V_{\text{H}\alpha}$ と $V_{\text{H}\beta}$ 、親星質量の指標として考えられる I_{He} が選択された。モデル II の M_V に対する変数選択 [3.1 節] モデル II.He の M_B に対する変数選択 [3.2 節] について、 LASSO と LOO-CV により選択された変数と係数を用いて実際に極大等級を補正した結果が図である。前 者では M_V のばらつき (標準偏差) が補正前の 0.99 等級から 0.79 等級に減少した [図 4.14]。後者では M_B のばらつき (標準偏差) が補正前の 1.05 等級から 0.57 等級に減少した [図 4.15]。



図 4.14: 左図:モデル II の V バンド極大等級 M_V と標準偏差。右図:モデル II の V バンド極大等級を H α 線膨張速度、He 吸収線強度、連続成分の折れ曲がりと関係した 2 次の係数 a_2 、光球温度 T_{photo} で補正し た極大等級 $M_{V.correct}$ と標準偏差。縦軸は絶対等級、sd はデータの標準偏差である。



図 4.15: 左図:モデル II.He の B バンド極大等級 M_B と標準偏差。右図:モデル II.He の B バンド極大等 級を H α 線膨張速度、H β 線膨張速度、He 吸収線強度、連続成分の傾きと関係した 1 次の係数 a_1 、光球温度 T_{photo} で補正した極大等級 $M_{B.correct}$ と標準偏差。縦軸は絶対等級、sd はデータの標準偏差である。

ここで本研究における SNII 極大等級の変数選択と補正の結果と先行研究 [1.2.2 節] を表 4.2 にまとめた。 本研究で SNII の極大等級と関係する変数として Ha 線膨張速度と He 吸収線強度が選択されたことは 興味深い。異なるバンド、異なる変数候補において同じ変数が選択されたということは、これらが SNII 極

	田空	バンド	工体物	715 **11	極大等級補正後の
	wi ታር	N21	入冲奴	\$2X	標準偏差 [mag]
1	Anderson et al. $(2014a)[15]$	V	95	$\mathrm{H}lpha$ 輝線ピーク速度	0.68
2	Anderson et al. $(2014b)[16]$	V	113	爆発中期の減光率	0.83
3	Anderson et al. $(2014b)[16]$	V	22[*]	爆発中期の減光率	0.56
4	Cutionmer et el $(2015)[17]$	U.	50	$H\alpha$ 線速度,輝線-吸収線等価幅比,	
4	Gutierrez et al. $(2015)[17]$	V	52	減光率,光度曲線平坦期間の長さ	
5	Galbany et al. $(2015)[18]$	UVBRIz	114	減光率,光度曲線平坦期間	
c		I.	00	$\mathrm{H}lpha$ 線速度, He 吸収線強度,	0.70
0	モナル 11[半研丸]	V	22	連続成分の折れ曲がり、光球温度	0.79
7	ᆂᆕᄟᅖᇳᆙᆂᆓᅋᅒ	D	11	$\mathrm{H}\alpha$ 線速度, He 吸収線強度,	0.57
1	てノル 11.66[半妍九]	D	11	連続成分の傾き,光球温度	0.37

表 4.2: 重力崩壊型超新星の極大等級と説明変数に関する先行研究と本研究の比較。[*] は 2 の 113 天体のう ち爆発初期の光度曲線も観測された 22 天体である。

大等級の補正において重要な本質的変数である可能性を示唆している。特に Hα 線膨張速度は Gutierrez etal.(2015)[17] でも極大等級との関係が指摘されており、膨張ガスの運動エネルギーの指標として期待が持 てる。また、先行研究とは異なる変数として選択されたのが親星の質量の指標と考えられる He 吸収線強度 である。SNII の最外層は H 層であるが、天体ごとに質量流出の様子が異なるなど、H 層には親星に依らな い多様性が想定される。しかし He 層は H 層の内側にあり質量流出は起きていないため、親星の質量規模 と直接関係していると考えられる。また、2.1.3 節で触れたように、He 線は爆発初期、Fe 線は爆発中・後 期に卓越する吸収線である。He 層の情報が変数として選択されたということは、極大等級と関係した情報 を保持しているのは爆発初期のスペクトルであることを意味していると理解することもできる。

表 4.2 の補正結果を比較すると、本研究で選択された結果を用いた補正により先行研究と同程度の補正 効果が得られたことが分かる。ある程度の期間に渡りデータを取得する必要がある光度曲線情報ではなく、 極大からからある日数離れて取得されたスペクトルデータから抽出した情報のみによってこれだけ補正が なされたことは重要である。スペクトルデータのみから SNII 極大等級を補正できるのであれば、II 型超新 星の標準光源としての汎用性は格段に高まる。

一方で、本研究を深めるための課題もある。表 4.2 から、先行研究と比較して本研究の対象天体数が少ないことが分かる。少ないサンプル数であるため、今回対象となった天体の個性に全体の変数選択の結果が強く依存してした可能性がある。また、本研究では変数候補とした要素等の誤差評価を行なっていないため、これも研究進展ための課題である。また、本研究では変数候補とした要素を独自に抽出して解析を行ったため、抽出要素値の信ぴょう性には不確かさがある。各天体を対象とした研究結果を個別に確認し、より信頼度の高い変数値を用いることも改善方法の1つとして考えられる。これらを今後の課題とすることで、発展した CCSN の極大等級の変数選択の研究となるだろう。

52

第5章 まとめ

本研究では重力崩壊型超新星の極大等級の補正に寄与する変数について、スパースモデリングの一種で ある LASSO と交差検証 (Leave-One-Out Cross Validation) による変数選択を試みた。変数の候補とした のはスペクトルから抽出可能な要素である。

その結果、重力崩壊型超新星全体に対する変数選択では極大等級の補正に際して重要と考えられる変数は見つからなかった。

一方で II 型超新星の V バンド極大等級 (対象 22 天体) についての変数選択と He 吸収線の情報を抽出で きた II 型超新星の B バンド極大等級 (対象 11 天体) に関する変数選択で、H 線 (特に Ha 線) の膨張速度と He 吸収線強度が極大等級の補正に寄与するとして選択された。H 線膨張速度は爆発によるガスの運動エネ ルギー、He 吸収線強度は親星の質量の指標と考えられるため、これらは極大等級に関わる本質的な要素で ある可能性がある。

今回選択された変数を用いた補正により、天体ごとの極大等級のばらつきが改善されることが確認された。スペクトルデータによる補正の可能性が示されたことで、II 型超新星が汎用性の高い標準光源となる可能性が示唆された。

しかし本研究では天文学的な解釈が困難な変数が選択される結果や、変数が1つも選択されないという 結果も得られた。有力な候補として考えられる H 線膨張速度や He 吸収線強度を候補に入れた変数選択で もそれらが選択されないケースもあったため、本研究で候補とした要素は極大等級の補正にとって良い変数 ではなかった可能性もある。これを検証し研究を進展させ、II 型超新星ひいては重力崩壊型超新星の極大 等級補正モデル確立を目指すためには、サンプル数を増やして変数選択を行うことや抽出要素の誤差評価 を厳密に行うこと、カルシウムなど今回は扱わなかった元素吸収線の情報を追加した変数選択を行うこと などが必要である。

謝辞

最初に卒業研究に対してアドバイスをくださり、論文作成時には添削をしていただいた植村先生に感謝 を述べたいと思います。植村先生のご指導のおかげて、こうして論文を書き上げることが出来ました。ま た、こうして研究を終えることができたのはセミナーや実験練習を通して天文学・実験技法の基礎を鍛え あげて下さった深澤先生、吉田先生、大野先生、そして大杉先生のおかげです。研究室の同僚の支えも私 にとって大きいものでした。研究面では中岡さん、川畑さんから超新星に関する知識を学びました。また、 同期のメンバーや先輩方の存在は、精神的な私の精神的な支えとなっていました。そしてなにより、私を 支えてくれた両親の存在によりここまで来ることが出来ました。その他ここには書ききれないほど多くの 方のおかげで、今の私があると思っています。これまで出会った人々、まだ会ったことのない人も含めて、 全ての方に対して感謝を述べたいと思います。ありがとうございました。

参考文献

- [1] 野本憲一, 定金晃三, 佐藤勝彦 編, 2009, シリーズ 現代の天文学 現代の天文学 7 恒星, 日本評論社
- [2] 野本憲一編,2007,物理の世界 地球と物理の世界 3 元素はいかにつくられたか 超新星爆発と宇 宙の化学進化,岩波書店
- [3] 山田章一 著,2016,新天文学ライブラリー第4巻 超新星,日本評論社
- [4] Baade, W.; Zwicky, F., 1934, On Super-novae
- [5] Alexei V. Filippenko , 1997 , OPTICAL SPECTRA OF SYPERNOVAE k
- [6] Baade, W.; Zwicky, F., 1934, Supernovae and Cosmic Rays
- [7] K. Nomoto, F. -K. Thielemann and K. Yokoi: Astrophys. J. 286 (1984) 644.
- [8] Phillips, M. M., 1993, The absolute magnitudes of Type IA supernovae
- [9] S. Perlmutter, G. Aldering, S. Deustua, S. Fabbro, G. Goldhaber, D. E. Groom, A. G. Kim, M. Y. Kim, R.A. Knop, P. Nugent, C. R. Pennypacker, 1998, Cosmology from Type Ia Supernovae
- [10] Riess, Adam G.; Filippenko, Alexei V.; Challis, Peter; Clocchiatti, Alejandro; Diercks, Alan; Garnavich, Peter M.; Gilliland, Ron L.; Hogan, Craig J.; Jha, Saurabh; Kirshner, Robert P.; Leibundgut, B.; Phillips, M. M.; Reiss, David; Schmidt, Brian P.; Schommer, Robert A.; Smith, R. Chris; Spyromilio, J.; Stubbs, Christopher; Suntzeff, Nicholas B.; Tonry, John, 1998, Observational Ekvidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant
- [11] Jeffrey M. Silverman; Mohan Ganeshalingam; Weidong Li; Alexei V. Filippenko, 2012, Berkeley Supernova Ia Program III: Spectra Near Maximum Brightness Improve the Accuracy of Derived Distances to Type Ia Supernovae
- [12] Makoto Uemura; Koji, S. Kawabata; Shiro Ikeda; Keiichi Maeda , 2015 , Variable Selection for Modeling the Absolute Magnitude at Maximum of Type Ia Supernovae
- [13] Robert Tibshirani, 1994, Regression Shrinkage and Selection Via the Lasso
- [14] Weidong Li,Jesse Leaman,Ryan Chornock,Alexei V. Filippenko,Dovi Poznanski,Mohan Ganeshalingam,Xiaofeng Wang,Maryam Modjaz,Saurabh Jha,Ryan J. Foley and Nathan Smith, 2011, Nearby supernova rates from the Lick Observatory Supernova Search II. The observed luminosity functions and fractions of supernovaein a complete sample

- [15] J. P. Anderson, L. Dessart, C. P. Gutierrez, M. Hamuy, N. I. Morrell, M. Phillips, G. Folatelli, M. D. Stritzinger, W. L. Freedman, S. Gonzlez-Gaitn, P. McCarthy, N. Suntzeff, J. Thomas-Osip , 2014 , Analysis of blue-shifted emission peaks in type II supernovae
- [16] Joseph P. Anderson, Santiago Gonzlez-Gaitn, Mario Hamuy, Claudia P. Gutirrez, Maximilian D. Stritzinger, Felipe Olivares E., Mark M. Phillips, Steve Schulze, Roberto Antezana, Luis Bolt, Abdo Campillay, Sergio Castelln, Carlos Contreras, Thomas de Jaeger, Gastn Folatelli, Francisco Frster, Wendy L. Freedman, Luis Gonzlez, Eric Hsiao, Wojtek Krzemiski, Kevin Krisciunas, Jos Maza, Patrick McCarthy, Nidia I. Morrell, Sven E. Persson, Miguel Roth, Francisco Salgado, Nicholas B. Suntzeff, Joanna Thomas-Osip , 2014, Characterizing the V-band light-curves of hydrogen-rich type II supernovae
- [17] Claudia P. Gutierrez, Joseph P. Anderson, Mario Hamuy, Santiago Gonzalez-Gaitan, Gaston Folatelli, Nidia I. Morrell, Maximilian D. Stritzinger, Mark M. Phillips, Patrick McCarthy, Nicholas B. Suntzeff, Joanna Thomas-Osip 2014, H SPECTRAL DIVERSITY OF TYPE II SUPERNOVAE: CORRELATIONS WITH PHOTOMETRIC PROPERTIES
- [18] Llus Galbany, Mario Hamuy, Mark M. Phillips, Nicholas B. Suntzeff, Jos Maza, Thomas de Jaeger, Tania Moraga, Santiago Gonzlez-Gaitn, Kevin Krisciunas, Nidia I. Morrell, Joanna Thomas-Osip, Wojtek Krzeminski, Luis Gonzlez, Roberto Antezana, Marina Wischnjewski, Patrick McCarthy, Joseph P. Anderson, Claudia P. Gutirrez, Maximilian Stritzinger, Gastn Folatelli, Claudio Anguita, Gaspar Galaz, Elisabeth M. Green, Chris Impey, Yong-Cheol Kim, Sofia Kirhakos, Mathew A. Malkan, John S. Mulchaey, Andrew C. Phillips, Alessandro Pizzella, Charles F. Prosser, Brian P. Schmidt, Robert A. Schommer, William Sherry, Louis-Gregory Strolger, Lisa A. Wells, Gerard M. Williger, 2015, UBVRIz Light Curves of 51 Type II Supernovae
- [19] Silverman, Jeffrey M.; Foley, Ryan J.; Filippenko, Alexei V.; Ganeshalingam, Mohan; Barth, Aaron J.; Chornock, Ryan; Griffith, Christopher V.; Kong, Jason J.; Lee, Nicholas; Leonard, Douglas C.; Matheson, Thomas; Miller, Emily G.; Steele, Thea N.; Barris, Brian J.; Bloom, Joshua S.; Cobb, Bethany E.; Coil, Alison L.; Desroches, Louis-Benoit; Gates, Elinor L.; Ho, Luis C.; Jha, Saurabh W.; Kandrashoff, Michael T.; Li, Weidong; Mandel, Kaisey S.; Modjaz, Maryam; Moore, Matthew R.; Mostardi, Robin E.; Papenkova, Marina S.; Park, Sung; Perley, Daniel A.; Poznanski, Dovi; Reuter, Cassie A.; Scala, James; Serduke, Franklin J. D.; Shields, Joseph C.; Swift, Brandon J.; Tonry, John L.; Van Dyk, Schuyler D.; Wang, Xiaofeng; Wong, Diane S. , 2012, Berkeley Supernova Ia Program I. Observations, data reduction and spectroscopic sample of 582 low-redshift Type Ia supernovae, "the UC Berkeley SNDB", http://heracles.astro.berkeley.edu/sndb/search
- [20] Guillochon, James; Parrent, Jerod; Kelley, Luke Zoltan; Margutti, Raffaella, 2016, An Open Catalog for Supernova Data, "The Open Supernova Catalog", https://sne.space/
- [21] Wenger, M.; Ochsenbein, F.; Egret, D.; Dubois, P.; Bonnarel, F.; Borde, S.; Genova, F.; Jasniewicz, G.; Lalo, S.; Lesteven, S.; Monier, R. , 2000, The SIMBAD astronomical database. The CDS

reference database for astronomical objects , "SIMBAD Astronomical Database" , http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/

- [22] Bessell, M. S.; Castelli, F.; Plez, B., 1998, Model atmospheres broad-band colors, bolometric corrections and temperature calibrations for O - M stars
- [23] Thomas, R. C.; Nugent, P. E.; Meza, J. C., 2011, SYNAPPS: Data-Driven Analysis for Supernova Spectroscopy
- [24] 冨岡亮太, 2015, スパース性に基づく機械学習, 講談社
- [25] C.M. ビショップ著,元田浩; 栗田多喜夫; 樋口知之; 松本裕治; 村田昇監訳, 2007, パターン認識と機械 学習 上 ベイズ理論による統計的予想,シュプリンガー・ジャパン
- [26] 大関真之 , 今日からできるスパースモデリング , http://www-adsys.sys.i.kyotou.ac.jp/mohzeki/Presentation/lecturenote20150901.pdf
- [27] R Development Core Team , R: a language and environment for statistical computing , https://www.r-project.org/
- [28] Jerome Friedman, Trevor Hastie, Noah Simon, Rob Tibshirani, 2016, Lasso and Elastic-Net Regularized Generalized Linear Models
- [29] Michael Richmond, The Expanding Photosphere Method (EPM) of measuring distances , http://spiff.rit.edu/classes/phys440/lectures/epm/epm.html
- [30] Osmar Rodriguez; Alejandro Clocchiatti; Mario Hamuy , 2014 , Photospheric Magnitude Diagrams for Type II Supernovae: A Promising Tool to Compute Distances