

活動銀河核ジェットの多波長データを用いた
マルコフ連鎖モンテカルロ法による物理量推定

広島大学理学部物理科学科
高エネルギー宇宙・可視赤外天文学研究室

B132242

山田 悠梨香

主査 植村 誠 副査 檜垣 浩之

2017年2月

概要

活動銀河核 (AGN) とは銀河中心にある太陽質量の $10^6 \sim 10^9$ 倍の巨大なブラックホールであり、中には光速に近くまで加速されたジェットを噴き出しているものがある。ジェットに対して多くの研究がなされているにも関わらず、未だその発生機構や加速機構は明らかになっていない。そこでこのジェットを解明する手掛かりとなるのが、多波長エネルギースペクトル分布 (SED) である。ジェットからはシンクロトロン放射と逆コンプトン散乱放射が観測されており、SED の時間変動からジェットの物理量の変化を推定し、様子を探ることができる。ジェットを真正面から観測していると考えられている天体をブレイザーと呼ぶ。ブレイザーは降着円盤や周辺のダストトラス、銀河からの放射による寄与が小さいため、ジェットの構造や放射機構を探る手段として有用である。ブレイザーの SED のモデルパラメータは 7~9 個ありモデルの性質的に全てが独立では決まらず、従来はパラメータのいくつかを固定する手法が多くとられてきた。そこで本研究では SED に対してマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) を適用し、ジェットの放射領域の物理量推定を行う手法を開発した。

MCMC とは乱数を用いてパラメータの確率分布を推定し、モデルの最適化を行う手法である。本研究ではブレイザーのひとつである Mrk 421 の SwiftX 線衛星、ガンマ線衛星フェルミのデータを解析し、可視赤外線望遠鏡かなたのデータを加えることにより多波長 SED を作成した。実天体の SED に MCMC を適用する前に、パラメータ間の相関関係や事前分布の必要性と依存性を人工データを用いて調べた。観測から予測可能なジェットのドップラー因子 δ_D 、タイムスケール T に事前分布を仮定することで、パラメータ間の縮退が解け、推定が可能となることが分かった。仮定する事前分布は放射領域の磁場 B 、 δ_D 、 T の推定値に大きな影響を及ぼすため、慎重に設定する必要がある。また、SED のデータはシンクロトロン成分の低周波数側と高周波数側のデータの有無が、パラメータの推定に強く関わってくる。これらのデータが不足している際は、 δ_D 、 T の双方に事前分布を仮定することで推定が可能となる場合があると分かった。これらの人工データによる実験結果を踏まえ、Mrk 421 の SED に MCMC を用いることで、モデルパラメータの最適解とその不定性を客観的に推定することに初めて成功した。

目次

第 1 章	序論	3
1.1	活動銀河核	3
1.2	ブレーザー天体	5
1.2.1	ブレーザー天体と相対論的效果	5
1.2.2	ブレーザー天体のエネルギースペクトル分布	7
1.2.3	放射モデル	8
1.3	Synchrotron Self-Compton(SSC) モデル	9
1.4	先行研究	11
1.5	本研究の目的	13
第 2 章	観測衛星と解析	14
2.1	Swift 衛星	14
2.1.1	Swift XRT	14
2.1.2	Swift XRT データと解析方法	18
2.2	フェルミガンマ線衛星	24
2.2.1	LAT 検出器	24
2.2.2	フェルミ LAT データと解析方法	26
第 3 章	マルコフ連鎖モンテカルロ法	33
3.1	ベイズ推論	33
3.2	MCMC とそのアルゴリズム	33
3.2.1	MCMC とは	33
3.2.2	詳細釣り合い条件	34
3.2.3	MCMC メトロポリス法アルゴリズム	34
3.3	適応的メトロポリス法	37
3.4	MCMC による線形回帰分析	37
第 4 章	MCMC による SED パラメータ分析	40
4.1	人工データを用いた解析	40
4.1.1	MCMC による人工データのパラメータ推定	42
4.1.2	事前分布を置いた場合のモデル SED パラメータ推定	44
4.1.3	事前分布に対する結果の依存性	49
4.1.4	初期値依存性実験	55
4.1.5	人工データのノイズを大きく与えた場合の実験	59

4.1.6	低周波数側と高周波数側のデータの必要性検証実験	62
4.2	ブレイザー Mrk 421 の SED モデルパラメータの推定	65
4.2.1	先行研究データを用いたパラメータ推定	65
4.2.2	Fermi 衛星の解析データを加えたデータのパラメータ推定	75
第 5 章	考察	80
5.1	電子のローレンツ因子 r_1 、 r_2 について	80
5.2	初期値依存性の考察	80
5.3	先行研究の検証	81
5.3.1	先行研究との推定値の比較	81
5.3.2	MJD 55230 データの電子エネルギー分布について	82
5.3.3	電子のエネルギーの上限と X 線光度の関係	84
5.4	SED のモデルパラメータの解析手順	84
第 6 章	まとめと今後	85

第1章 序論

1.1 活動銀河核

宇宙にある銀河には中心領域の輝度が銀河全体の数倍～数百倍明るいものが全銀河の約 10 % 存在しており、それらを活動銀河、その中心核を活動銀河核 (Active Galactic Nuclei; AGN) と呼ぶ。この正体は太陽質量の $10^6 \sim 10^9$ 倍の巨大なブラックホールだとされている。そこに周辺の物質が落ち込むことによる重力エネルギーの解放で輝いている天体だと考えられており、電波からガンマ線までの幅広い波長域で検出されている。図 1.1 に AGN の想像図を示す。AGN 中のブラックホールの周りには降着円盤が形成されており、円盤の軸方向にジェットを吹き出すものもある。ジェットとは細く絞られたプラズマのアウトフローのことである。AGN は大きいものでは銀河の広がりをはるかに超え、数百万光年にも渡るジェットを伴っていることが確認されている。 [1]

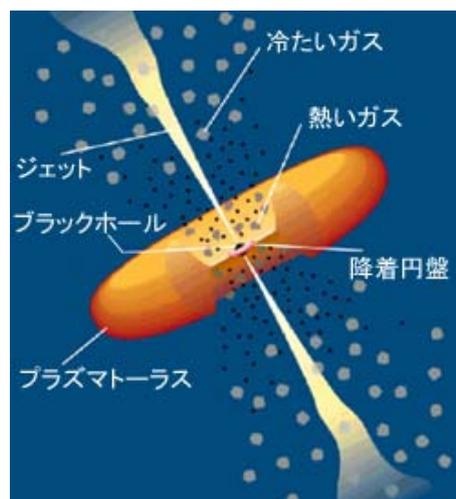


図 1.1: AGN の想像図 [2]

AGN は電波領域での明るさや可視スペクトルの輝線などの特徴により、電波銀河 (Radio Galaxy)、ブレイザー (Blazar)、セイファート (Seyfert) 銀河等のように系統的に分類されている。現在ではこのように分類された AGN は、図 1.2 のような構造を様々な方向から観測したものと考えられており、このことを AGN の統一モデルと呼ぶ。 [3]

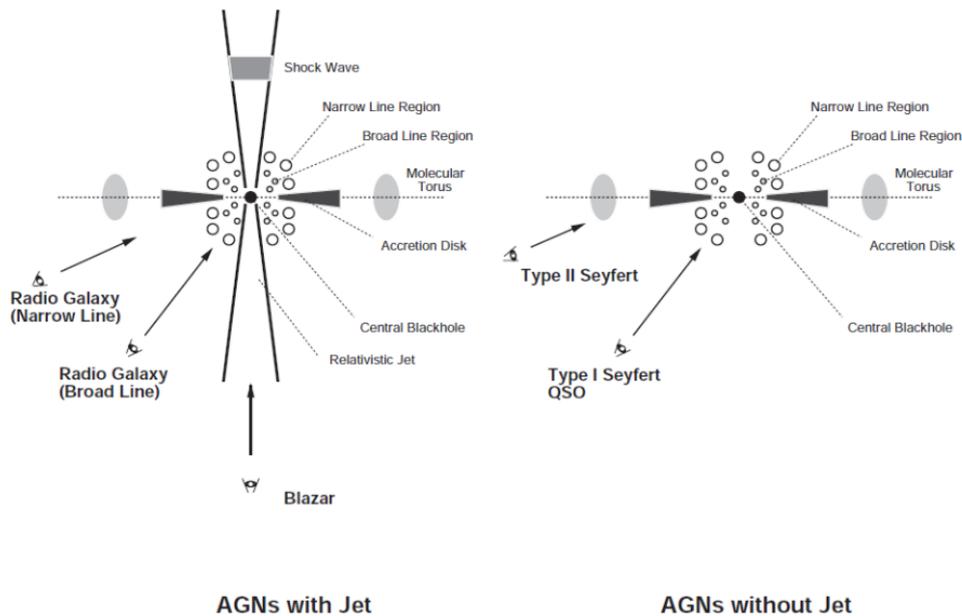


図 1.2: AGN の統一モデル [3]

ジェットに対しての研究が多くなされているにも関わらず、加速機構、収束機構、発生機構などが未だ解明されていない。観測的な事実よりいくつかの制約が課せられる。 [1]

- 加速機構
 ジェットは光速近い速度で噴出している。どのようにして光速近くまでプラズマガスを加速できるのか、ジェットを駆動するメカニズムはまだ明らかになっていない。
- 収束機構
 ジェットは極めて細く絞られており、ホースで水をまくとするならば、長さ 10 km もの水流の先端で 10 m ~ 100 m 程度しか広がっていないことになる。この機構を可能とする仕組みは明らかになっていない。
- 発生機構
 ジェットのエネルギー源に重力エネルギーが関与していることは確実である。つまりジェットの中心には重力天体が存在しており、それらが周辺領域からガスの供給を受けて、重力エネルギーを解放すると同時に放射エネルギーや熱エネルギー、電磁エネルギーに転換している。そして排気ガス = ジェットとして外界に放出しているのではないかと考えられている。

このようにジェットは謎が多い現象である。ここでこの謎を解明する手掛かりとなる天体として挙げられるのが、AGN のひとつであるブレイザー天体だ。ブレイザーはジェットを真正面から観測していると考えられている。そのため次節で詳しく述べるように、他の AGN と比べ降着円盤や周辺のダストトーラス、銀河からの放射による寄与が小さく、ジェットの構造や物理量を探る手段として有用である。

1.2 ブレーザー天体

1.2.1 ブレーザー天体と相対論的效果

ジェットの向きは観測者から見ると天体毎にランダムであるはずであるが、偶然にも観測者の方を向いているときには一方向の明るいジェットが観測される。そのため後に説明する超光速運動やビーミング効果といった相対論的效果や、激しい時間変動が観測される。このようにジェットをほぼ真正面から観測していると考えられる天体には、とかげ座 BL 型天体、可視激変光クエーサー、高偏光クエーサー、フラットスペクトル電波クエーサーらがあり、これらを総称してブレーザーと呼ぶ。ブレーザーは激しい短時間変動に加え、他の AGN では観測されない TeV ガンマ線までの電磁放射を特徴とする。また、降着円盤や周辺のダストトラス、銀河からの放射による寄与が小さいため、ジェットの構造や放射機構を探る手段としてブレーザーは適した天体である。以下でブレーザーで観測される 2 つの相対論的效果について説明する。

- 超光速運動

超光速運動とはジェットが見かけ上光速を超えて観測される現象のことであり、図 1.3 を用いて説明する。

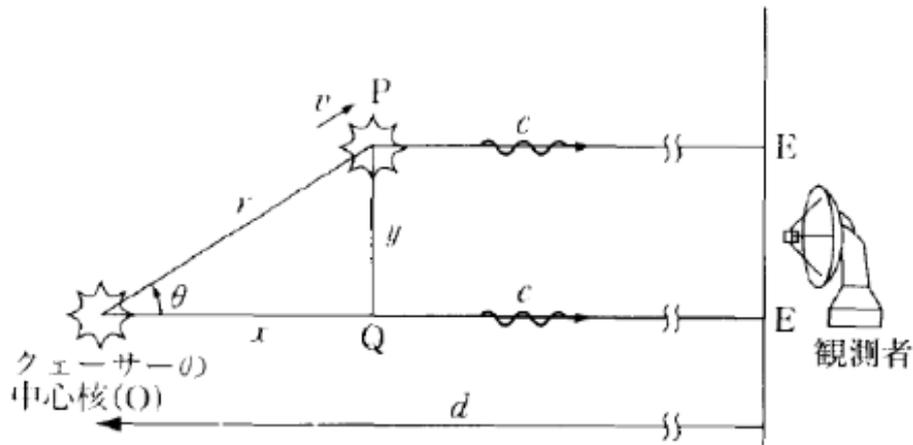


図 1.3: 超光速運動 [4]

ジェット中で電波で明るく輝くコンパクトな領域をノットと呼ぶ。原点 O にいるノットが発した光が観測者に届く時間 t_1 は、

$$t_1 = \frac{d}{c} \quad (1.1)$$

と表される。原点 O からノットが視線方向に対し、角度 θ をなす向きに速度 $v = \beta c$ 、ローレンツ因子 $\Gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ で動いているとする。ここでノットが原点 O から点 P へ時間 $t = \frac{r}{v}$ で移動したとすると、点 P にいるノットが発した光が観測者に届く時間 t_2 は、

$$t_2 = \frac{r}{v} + \frac{x}{c} = \frac{r}{v} + \frac{d - r \cos \theta}{c} \quad (1.2)$$

となる。よって式 (1.1)、(1.2) より見かけ上の速度 u は、

$$u = \frac{y}{t_2 - t_1} = \frac{v \sin \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (1.3)$$

と表され、角度 θ が 0 に近く、速度 v は光速 c に近いため光速を超えて観測される。

- ビーミング効果

活動銀河のジェットは双方向に放出されているはずだが、超光速運動が観測されるような天体では、一方向のみのジェットしか観測されないことが多い。これは光速に近い速さの電子から放出される光をその進行方向正面付近から観測すると、相対論の効果によって見かけの放射強度が強められるからである。図 1.4 に示すように放射源が速度 $v = \beta c$ 、ローレンツ因子 $\Gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ で動いているとし、これを角度 θ で観測したとする。

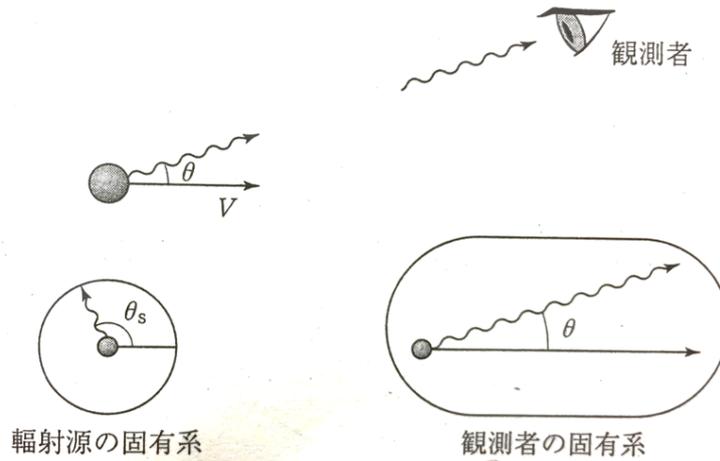


図 1.4: 相対論的ビーミング効果。放射源の固有系で見た光子の進行方向 θ_s と観測者の見る方向 θ との関係 [5]

放射源の固有系で測った振動数を ν_s と観測される振動数 ν_{obs} とはローレンツ変換により、

$$\nu_s = \Gamma(\nu_{\text{obs}} - \beta \nu_{\text{obs}} \cos \theta) \quad (1.4)$$

の関係で結ばれる。ビーミング因子と呼ばれる量を

$$\delta = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta \cos \theta)} \quad (1.5)$$

と定義すると

$$\nu_{\text{obs}} = \nu_s \delta \quad (1.6)$$

となり δ 倍高振動で観測される。また時間間隔は振動数の逆数のように振る舞うので、放射源の固有系で測定した時間間隔 Δt_s と観測される時間間隔 Δt_{obs} の間には

$$\Delta t_{\text{obs}} = \frac{\Delta t_s}{\delta} \quad (1.7)$$

の関係があり、観測者側では時間が $1/\delta$ 短縮される。これによってブレーザーでは短時間変動現象が観測される。見かけの明るさを求めるためには電磁波の進む向きローレンツ変換を考慮する必要がある。ローレンツ変換より放射源の固有系で見た光子の進行方向 θ_s と観測者のみる方向 θ_{obs} は

$$\cos \theta_s = \frac{\cos \theta_{\text{obs}} - \beta}{1 - \beta \cos \theta_{\text{obs}}} \quad (1.8)$$

であるため、

$$\Delta \cos \theta_{\text{obs}} = \delta^{-2} \Delta \cos \theta_s \quad (1.9)$$

となる。放射源の固有系で一定の立体角に放射された電磁波は、実験室系で見ると放射源の運動方向近くでは δ^2 だけ小さい立体角に放射されることになり、電磁波は運動方向に集中する。放射源の固有系で放射が等方にかかるとして観測される場合、光子数の保存を考えると、実際の光度 L_{ν_s} 、観測される光度 $L_{\nu_{\text{obs}}}$ 、プランク定数 h を用いると、

$$\frac{L_{\nu_s}}{h\nu_s} \Delta\nu_s \Delta t_s 2\pi \Delta \cos \theta_s = 4\pi d^2 \frac{L_{\nu_{\text{obs}}}}{h\nu_{\text{obs}}} \Delta\nu_{\text{obs}} t_{\text{obs}} 2\pi \Delta \cos \theta_{\text{obs}} \quad (1.10)$$

が成り立つ。よって

$$\nu_{\text{obs}} L_{\nu_{\text{obs}}} = \delta^4 \frac{\nu_s L_{\nu_s}}{4\pi d^2} \quad (1.11)$$

となる。したがって本来のエネルギーの δ^4 倍明るく観測されるということが分かる。典型的なジェットでは $\delta \sim 10$ 程度であるので、 10^4 倍明るく見える。以上のことから、相対論的な運動をしている源を運動方向の近くから観測すると、光子エネルギーは高く、光度は明るく、そして時間は短縮されて観測されるのである。

1.2.2 ブレーザー天体のエネルギースペクトル分布

図 1.5 は代表的なブレーザーのエネルギースペクトル分布 (Spectral Energy Distribution; SED) である。SED とは各周波数に対する放射エネルギーの分布であり、ジェットの放射領域の磁場やドップラー因子、電子のエネルギー分布などのパラメータの物理量を調べることが可能となる。ブレーザーの SED は 2 つの連続成分からなり、電波から紫外線/X線の領域を低エネルギー成分 (Low Energy component; LE)、X線からガンマ線までの領域を高エネルギー成分 (High Energy component; HE) と呼ぶ。LE成分は光速に近い速度で運動する電子が磁場中で曲げられることによるシンクロトロン放射、HE成分は低エネルギーの光子が高エネルギー電子によって叩き上げられる逆コンプトン散乱からの放射によるものと考えられている。

またブレーザーには 2 種類あり、スペクトル中で輝線の見られる FSRQ 天体と、それに対して強い輝線や吸収線がない BL Lac 天体が存在する。FSRQ は BL Lac 天体よりも遠方に存在する為、宇宙の初期に存在したと考えられている。以下で SED における 2 つの天体の違いを述べる。

- FSRQ

赤外線域よりも短い周波数領域にシンクロトロン放射の極大があり、電波領域では平らなスペクトルになる。また SED で HE 成分が LE 成分よりも高くなる傾向があり、外部放射コンプトン (External Radiation Compton; ERC) モデル (1.2.3 節参照) を考えることが一般的である。(図 1.5 の PKS 0528+134)

- BL Lac 天体

SED の極大は FSRQ のような低エネルギー帯にある天体もあれば、X 線帯域にある天体もあり様々である。HE 成分はシンクロトロン自己コンプトン過程 (Synchrotron Self-Compton; SSC) モデル (1.2.3 節参照) になることが多い。(図 1.5 の Mrk 421)

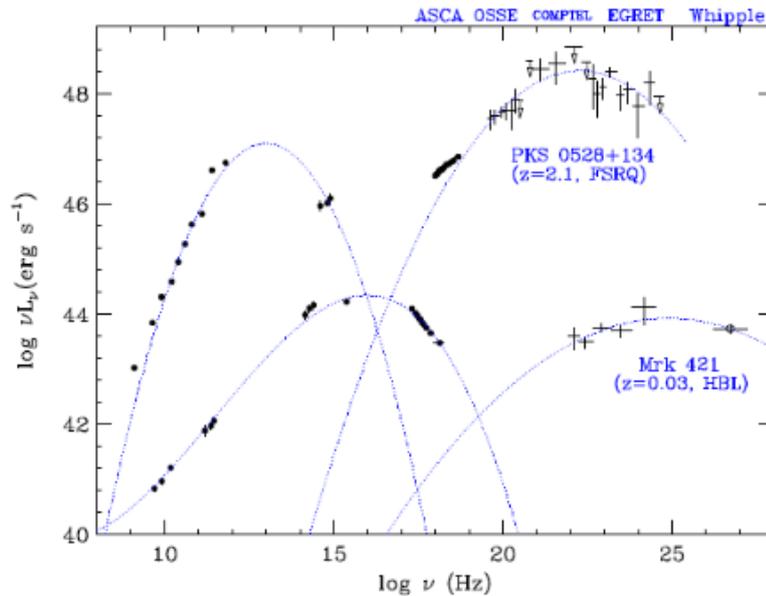


図 1.5: ブレーザー天体の SED [6]

1.2.3 放射モデル

ブレーザーの連続スペクトルは、超新星残骸や銀河の広がった電波源などのシンクロトロン放射が示すスペクトルと似た特徴を示すため、シンクロトロン放射が主要因だと考えられる。1970 年代の終わりに、シンクロトロン自己コンプトン過程 (Synchrotron Self-Compton; SSC) によって広いエネルギー領域にわたる連続スペクトルが説明できるようになった。SSC とは、シンクロトロン放射によって光子を放出している高エネルギー電子が逆コンプトン散乱を起こし、シンクロトロン光子をガンマ線まで叩き上げる現象で、シンクロトロン放射の光子密度が十分高いときに効く。さらに現在の観測では TeV 帯域での放射が観測されている天体が存在し、逆コンプトン散乱の種光子をシンクロトロン放射を起源とする SSC 放射だけでは説明がつかない状態がある。ここで登場したモデルが SSC モデルに対して、ERC モデルである。ジェット自体からの放射以外にもジェット周辺から光子が散乱したものや、降着円盤から放出した光子がある。このようなジェット外部からジェットに入射する光子を考え、それらの光子の逆コンプトン散乱を考慮したもの

を ERC モデルと呼ぶ。もうひとつのモデルとしてミラーコンプトン (Mirror comptm;MR) モデルがある。ジェットから放射された光がジェット周辺の物質により散乱され、そのうち再びジェット方向へ放射された光子が種光子として逆コンプトン散乱を起こすモデルである。上で示した SSC モデルと ERC モデルと異なり、シンクロトロン増光に対して、時間差を持って高エネルギー側で増光される。図 1.6 でそれぞれのモデルの概念図を示す。本研究で扱うモデルは SSC モデルであるため、次の節で詳しく説明する。

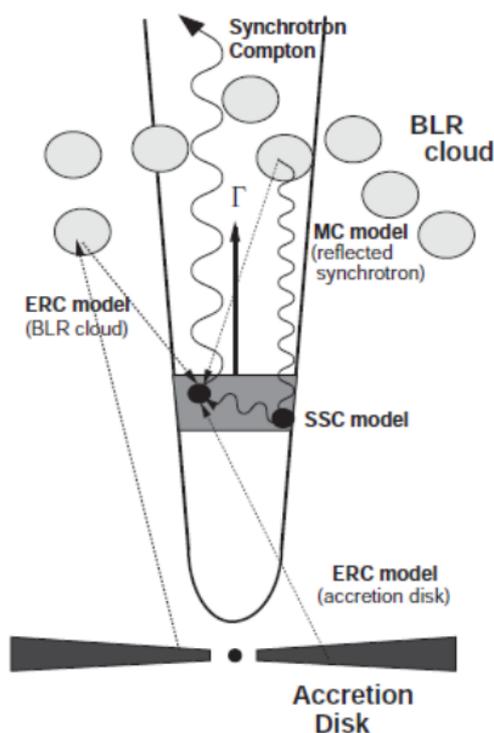


図 1.6: SSC モデルと ERC モデルの概念図 [8]

1.3 Synchrotron Self-Compton(SSC) モデル

本研究では SED の観測データに対して SSC モデルを当てはめることで、ジェットの放射領域の物理量を推定する。以下、Finke,et al. (2008) [9] に基づいて、SSC モデルの定式化について説明する。このモデルは観測者から見てピーミング因子 δ_D で移動しておりシンクロトロン放射をしている球を考えている。SSC モデルとは前節でも言及した通り、シンクロトロン放射によって光子を放出している高エネルギー電子が逆コンプトン散乱を起こし、シンクロトロン光子を高エネルギーまで叩き上げるとする放射モデルである。よってシンクロトロン放射率と逆コンプトン散乱による SSC 放射率を考える。以下では静止系での値は ' \prime ' を用いて表記し、放射領域の磁場 B 、光子のエネルギー ϵ 、電子の電荷 e 、電子の質量 m_e 、光速 c 、プラン

ク関数 h 、電子ローレンツ因子 γ を用いて、

$$x = \frac{4\pi\epsilon' m_e^2 c^3}{3eBh\gamma'^2} \quad (1.12)$$

とし、この x の関数として

$$R(x) = \frac{x}{2} \int_0^\pi d\theta \sin\theta \int_{x/\sin\theta}^\infty dt K_{5/3}(t) \quad (1.13)$$

を定義する。 $K_{5/3}(t)$ は 3/5 次の第 2 種ベッセル関数である。このときシンクロトロン放射率は

$$f_\epsilon^{\text{syn}} = \frac{\sqrt{3}\delta_D^4 \epsilon' e^3 B}{4\pi h d_L^2} \int_0^\infty d\gamma' N_e'(\gamma') R(x) \quad (1.14)$$

と書ける。ここで δ_D はジェットのスプレッド (ビーミング) 因子、 d_L は光度距離を示す。電子のエネルギー分布は冪乗 (power-law) 分布を考えることが多く、最も単純な設定として単一の冪乗分布が用いられる。 $N_e(\gamma)$ はローレンツ因子 γ における電子数密度を表しており、 K_e を電子標準因子、 p_0 を電子スペクトル因子として、

$$N_e(\gamma) = K_e \gamma^{-p_0} \quad (\gamma_1 < \gamma < \gamma_2) \quad (1.15)$$

と示され、図 1.7 のような分布となる。

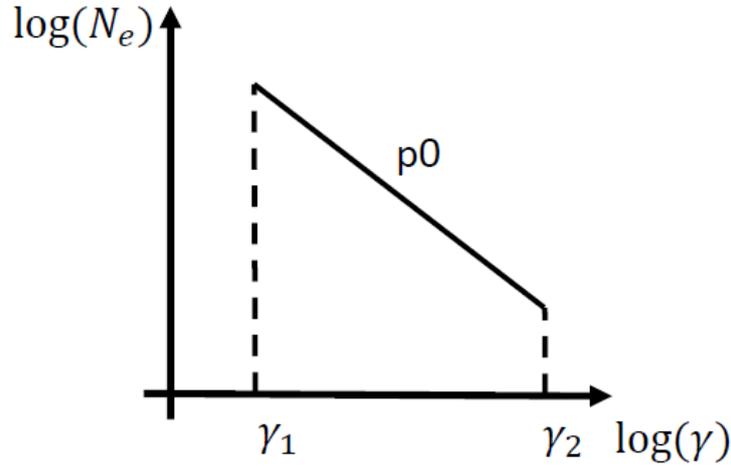


図 1.7: 単一冪乗分布による電子のエネルギー分布

シンクロトロン放射の光度は、 δ_D 、 B 、 K_e への依存性が高い。また、前節で述べたビーミング効果の影響により、本来のエネルギーの δ_D^4 倍明るく見えることが式 (1.14) から明らかである。

次に、シンクロトロン光子数密度、放射エネルギー密度を考慮し、式 (1.14) のシンクロトロン放射率を踏まえると、等方的かつ均一な光子・電子分布に対する SSC 放射率は体積全体にわたって積分され

$$f_{\epsilon_s}^{\text{SSC}} = \frac{9}{16} \frac{(1+z)^2 \sigma_T \epsilon_s'^2}{\pi \delta_D^2 c^2 t_{v,\min}^2} \int_0^\infty d\epsilon' \frac{f^{\text{syn}}}{\epsilon'^3} \times \int_{\gamma'_{\min}}^{\gamma'_{\max}} d\gamma' \frac{N_e'(\gamma')}{\gamma'^2} F_C(q, \Gamma) \quad (1.16)$$

と表される。光子と電子の分布 $F_C(q, \Gamma)$ [10] [11]、散乱光子のエネルギー ϵ_s 、トムソン断面積 σ_T 、赤方偏移 z 、タイムスケール $t_{v, \min}$ を用いた。観測される時間変動のタイムスケール $t_{v, \min}$ としたとき、静止系でのタイムスケールが $\delta_D t_{v, \min} / (1 + z)$ であり、そこから放射領域のサイズを $c \delta_D t_{v, \min} / (1 + z)$ と見積もっている。そして、この放射領域のサイズと K_e から電子の密度を見積もることで、SSC の放射率が電子密度に比例する。SSC 光度は観測値である z 、 $t_{v, \min}$ と、未知数である δ_D 、 K_e 、 B に強く依存する。またシンクロトロン、SSC 共に上で示した冪乗分布の場合では、SED の形状は電子の γ 分布を決めるパラメータ γ_1 、 γ_2 、 p_0 に依存する。表 1.1 にこの SSC モデルで用いた主なパラメータをまとめる。

パラメータ	意味
z	赤方偏移
B	磁場
δ_D	ドップラー (ビーミング) 因子
$t_{v, \min}$	タイムスケール
K_e	電子標準因子
p_0	電子スペクトル因子
γ_1	ローレンツ因子 (最小値)
γ_2	ローレンツ因子 (最大値)

表 1.1: SSC モデルで用いたパラメータ [9]

1.4 先行研究

ブレーザー天体の SED モデルパラメータはシンクロトロンと SSC の 2 つの制約がある一方で、 δ_D 、 B 、 K_e 、 t の 4 つのパラメータに光度が強く依存するため、これらのいくつかは独立して決めることができない。そのため従来は観測によってある程度予測可能であるパラメータを固定して、他のパラメータを推定するという方法がとられることが多かった。Itoh, et al. (2015) [7] ではブレーザー天体である Mrk 421 の 2009 年 ~ 2011 年における観測データに SSC モデルをあてはめることで物理量を推定している。SSC モデル中で扱っている電子の γ 分布は折れ曲がりのある冪関数を用いており、以下の式で表される。

$$N_e(\gamma) = K_e \times \begin{cases} \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p_0} & (\gamma < \gamma_b) \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p_1} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (1.17)$$

この論文では、Abdo et al. (2011) の結果を引用し、磁場 $B = 0.038$ G、ドップラー因子 $\delta_D = 21$ 、共動系での放射領域半径 $R' = 5.2 \times 10^{16}$ cm に固定して他のパラメータを推定している。[12] 変動するパラメータは表 1.2 に、それらのパラメータから作成した SED を図 1.8 に示す。MJD とは修正ユリウス日 (Modified Julian Date) でユリウス通日から 2400000.5 を差し引いた日数である。

Date	p_0	p_1	K_e	γ_b
MJD55209(A)	2.39	3.91	103.4×10^{40}	19.0×10^4
MJD55230(B)	2.42	3.87	350.0×10^{40}	10.9×10^4
MJD55252(C)	2.43	4.80	7.5×10^{40}	50.8×10^4
MJD55312(D)	2.46	4.51	5.0×10^{40}	50.7×10^4
MJD55537(E)	2.33	4.54	352.6×10^{40}	12.2×10^4
MJD55568(F)	2.34	4.80	500.0×10^{40}	10.8×10^4
MJD55598(G)	2.50	4.56	354.7×10^{40}	9.5×10^4
MJD55623(H)	2.37	4.80	500.0×10^{40}	10.4×10^4

表 1.2: フィッティングパラメーター B , δ_D , R' は固定パラメータ [7]

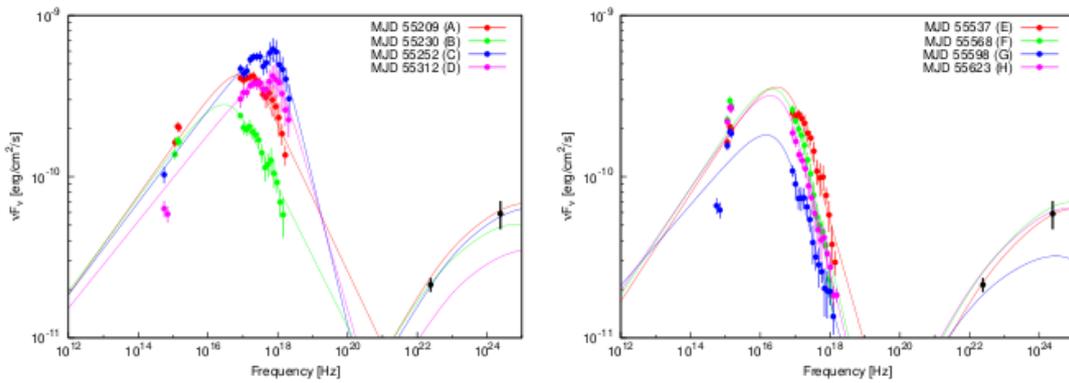


図 1.8: SSC モデルでフィッティングした Mrk421 の SED [7]

前半期間 (A,B,C,D) のデータからは、電子のエネルギーの上限が大きい時ほど明るくなる傾向があり、衝撃波によるエネルギー注入が起こったと結論している。一方で後半期間 (E,F,G,H) のデータからは、電子の数 (K_e) と光度が相関しており、衝撃波で十分に加速されなかったか、ジェット内の別領域からの放射の寄与を考えている。 [7] 以上のように SED のモデル化からジェット内の変動機構について手がかりを得ることができる。しかし先行研究では 3 つのパラメータを固定した上での結果について議論しており、固定した値の正当性、また値の不定性まで考慮した上での結論の検証もされるべきである。他の多くの先行研究でも、例えば Böttcher, et al. (2013) では SSC モデルを「目で見てもデータに合わせる (fit-by-eyes)」手法を用いるなど、推定の客観性に問題があるのが現状である。 [13] このようにパラメータを全てを独立に求めるのが困難な状況であるため、未知数の数が多い場合も、推定値の不定性まで含めて客観的にパラメータを推定する手法と、それによるジェットの物理の議論が必要である。

1.5 本研究の目的

本研究の目的は、ブレイザー天体のジェットからの放射領域の物理量をマルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov chain Monte Carlo methods; MCMC) によって推定し、ジェットの正しい物理描像を得ることである。先行研究で述べたように SED のモデルパラメータは 7~9 個あり、モデルの性質的にいくつかのパラメータが独立には決まりにくい。そのため観測から予測できるパラメータは固定するという手法が取られてきた。しかし未知パラメータが複数ある場合も、推定値の不定性まで含めた推定法と、その結果からのジェットの物理に対する議論が必要であるのは明確である。そこで本研究では、第 3 章で詳しく述べる MCMC という多変量の確率分布からサンプルを得るための一群の手法を用いることにより、より客観的にパラメータの確率分布を推定することを目標としている。MCMC は正規分布などの性質の分かっている分布だけではなく、離散変数や連続変数問わず適用でき、尤度関数が多峰型になっていても局所解にとらわれないという利点がある。MCMC を用いる手法が可能となれば、今まではおよその値でしか分かっていたブレイザー天体の放射領域の物理量をより正確に推定可能となることが期待できる。本研究では研究対象としてブレイザー天体の Mrk 421 を選択した。Mrk 421 は多波長で明るく観測されるブレイザーとして有名な天体で、その SED は SSC モデルでよく説明されることが以前から知られている [12]。そのため、本研究の対象として最適な天体の 1 つであると考えられる。

第2章 観測衛星と解析

2.1 Swift 衛星

Swift 衛星は宇宙で最大の爆発現象であるガンマ線バースト (Gamma-Ray Burst; GRB) の謎を探るために、アメリカ・イギリス・イタリア・日本により国際共同開発された X 線観測衛星である。NASA の MIDEX ミッションとして 1999 年に選ばれ、2004 年 11 月 20 日に打ち上げられた。Swift 衛星には図 2.1 で示すように、高視野の硬 X 線望遠鏡 (Burst Alert Telescope; BAT) と、狭視野高感度 X 線望遠鏡 (X-Ray Telescope; XRT)、紫外線可視光望遠鏡 (UV-Optical Telescope; UVOT) の 3 つの観測装置が搭載されている。また、Swift 衛星は GRB を観測していない時間帯は他の天体を観測しており、ブレーザーも多く観測されている。本研究では XRT によって観測されたブレーザー Mrk 421 のデータを解析した。以降では XRT の特徴とデータ解析方法について述べる。

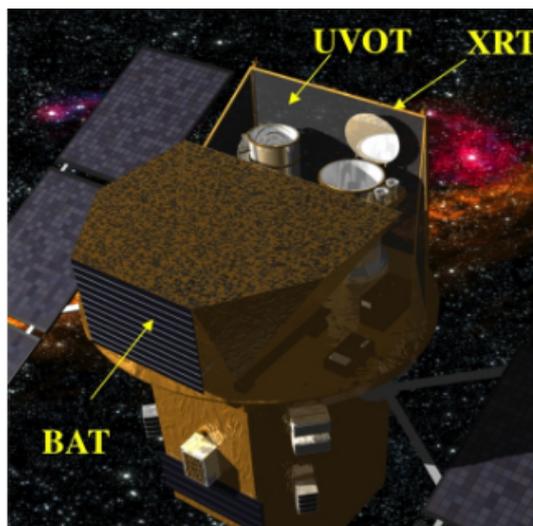


図 2.1: Swift 衛星の全体図 [14]

2.1.1 Swift XRT

XRT は GRB と残光のフラックス、スペクトル、ライトカーブをフラックスの大きさの 7 桁以上の広い範囲を測定するように設計されている。従来の X 線衛星では、イタリアとオランダが開発した BeppoSAX 衛星が GRB 残光観測で活躍していた。GRB の可視残光の 50 % に比べて 84 % 以上が X 線残光を有するため、BeppoSAX 衛星は GRB の位置を効率的に特定できる優れた望遠鏡であった。しかし図 2.2 が示すよう

に、衛星が典型的な X 線残光を観測するまでにその強度はすでに 4~5 桁落ちていた。それに比べて Swift 衛星 XRT は GRB 現象が終わる前に観測を開始し、相対論的なローレンツ因子が数百から数十に変化する広い時間範囲を満たす。XRT はターゲット検出から 5 秒以内に正確な位置を伝え、地上にある光学望遠鏡に直ちに残光の分光観測を開始させる。

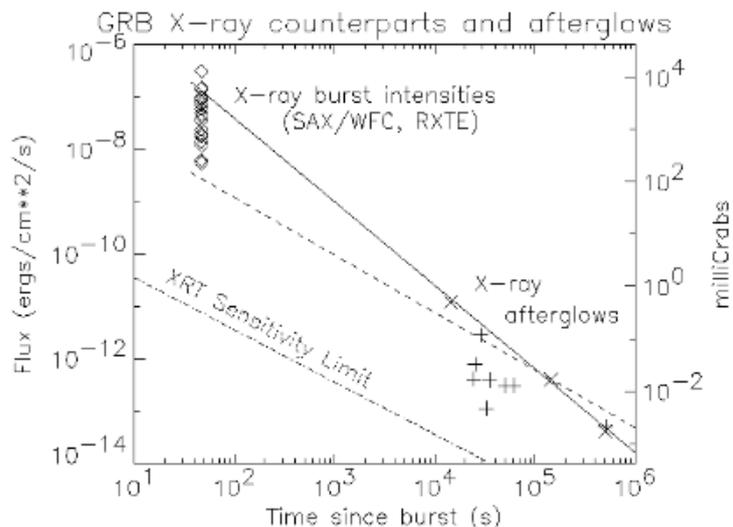


図 2.2: X 線バーストと残光のライトカーブ [15] BeppoSAX と RXTE によって 1997—1999 年に観測された多数の X 線バーストフラックスのピークを表す。爆発後の 10^4 — 10^6 秒間のデータ点は、BeppoSAX と RXTE、ASCA による爆発の一部分の残光フラックス測定値である。残光フラックスが約 4 桁低下する間に約 10^4 秒のデータギャップがある。Swift XRT はこのデータギャップを埋める。

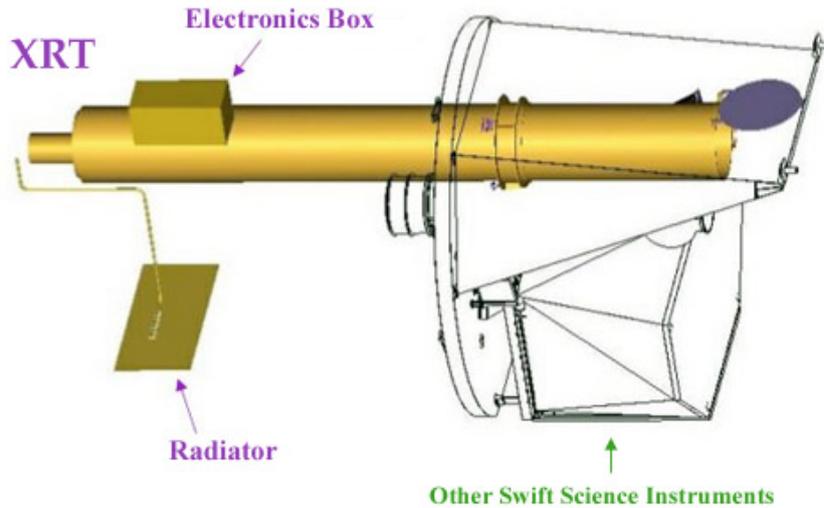


図 2.3: XRT の全体図 [16]

Property	Description
望遠鏡	JET-X Wolter I
焦点距離	3.5 m
有効面積	110 cm ² (1.5 keV)
望遠鏡の点拡がり関数	18 arcsec HPD (1.5 keV)
検出器	EEV CCD-22, 600 × 600 pixels
検出器動作モード	Imaging, Timing, and Photon-counting
検出器のサイズ	40 × 40 micron pixels
1 ピクセルの角スケール	1 ピクセルあたり 2.36 arcsec
エネルギー帯域	0.2—10 keV
感度	4 × 10 ⁻¹⁴ erg cm ⁻² s ⁻¹ in 10 ⁴ seconds for known sources 1 × 10 ⁻¹³ erg cm ⁻² s ⁻¹ in 10 ⁴ seconds for blind searches

表 2.1: XRT の特徴 [16]

XRT の全体図と特徴をそれぞれ図 2.3 と表 2.1 に示す。XRT には手動と自動の 2 つの動作状態がある。自動状態が通常の動作モードであり、手動状態は較正に使用される。自動状態では光源のカウントレートに従い、XRT は読み出しモードを自動的に選択する。XRT は光源の明るさに応じて以下に示す 4 つの読み出しモードを、手動または自動により操作できる。表 2.2 にそれぞれの特徴を示す。

- ・ フォトダイオード (Photodiode:PD) モード
- ・ ウィンドウタイミング (Windowed Timing;WT) モード

- ・ フォトカウンティング (Photon Counting;PC) モード
- ・ イメージング (Image Long and Short;IM) モード

読み出しモード	撮像機能	分光機能	時間分解能	視野内の校正光源	機上のイベント再構成	モード変更フラックス
PD	no	yes	0.14 ms	yes	no,done on-ground	0.6-60 Crab
WT	1D	yes	1.7 ms	no	no,done on-ground	1-600 mCrab
PC	2D	yes	2.5 s	See window size	yes	<1 mCtab
IM	2D	no	0.1 s(short)	yes	not applicable	>140 mCrab
		no	2.5 s(long)			<5.6 mCrab

表 2.2: XRT の読み出しモードの特徴 [17]

Swift 衛星は、新しいターゲットに迅速に反応するために自律的に動作することができなければならない。衛星が新しいターゲットへ向くと XRT は IM モードで動作を開始し、GRB の位置を 5 秒以内に決定する。他のモードである PD モード、WT モードおよび PC モードでは、バーストや残光フラックスが減少する間に、ライトカーブとスペクトルを測定する。XRT は完全自律動作により、瞬時にカウントレートに応じて異なる読み出しモードを切り替えるように設計されている。自動化された操作のフローチャートを図 2.4 に示す。 [18]

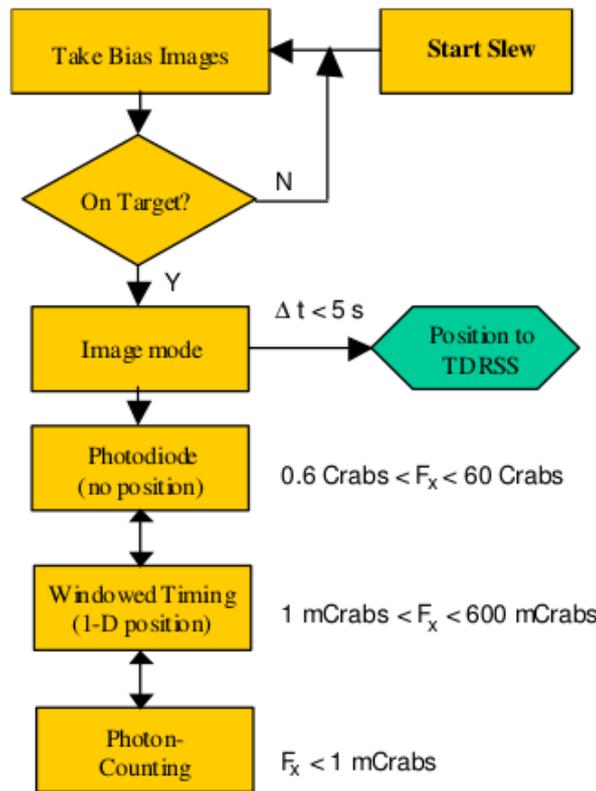


図 2.4: XRT 読み出しの自動化の流れ [15]

2.1.2 Swift XRT データと解析方法

まず XRT データの構造について述べる。XRT Swift データは、XRT データ処理を実行する Swift Data Center(SDC)において FITS ファイル (Flexible Image Transport System) に変換される。FITS とはコラム毎にデータの説明を加えたヘッダーがついた天文業界の標準形式ファイルである。衛星の観測データは全てこの FITS 形式に変換されたのちに保存される。XRT データ処理は様々なレベルのサイエンスデータを出力し、処理段階に応じて記録する。その後良いデータを参照し、選別することができるパラメータの時間履歴を含むフィルタファイル (mkf ファイル) を生成する。処理段階には、標準較正、選別、リスト作成、フィルタリングがある。まずサイエンスデータを較正し、選別する。次に適切なツールでサイエンスデータファイルおよび付随するファイルを参照し、選択されたデータが有効だとされる時間範囲 (Good Time Intervals;GTI) のリストを作成する。これらの GTI は、選別されたイベントのリストを抽出するために使用される。最終段階は、イベントリストのフィルタリング (空間的、時間的、スペクトルの) であり、抽出するために適切に bin まとめられ、標準の FITS 形式のより高レベルのデータへ変換される。変換後のデータであるスペクトル、ライトカーブ、画像は、それぞれ XSPEC、XRONOS、XIMAGE などの解析プログラム、またはこれらを処理できる他のプログラムに読み込むことができる。 [17]

次に解析について説明する。本研究に用いたブレーザーである Mrk 421 は高い光度のために表 2.2 に示す WT モードで取り込まれている。その画像の例を図 2.5 に示す。

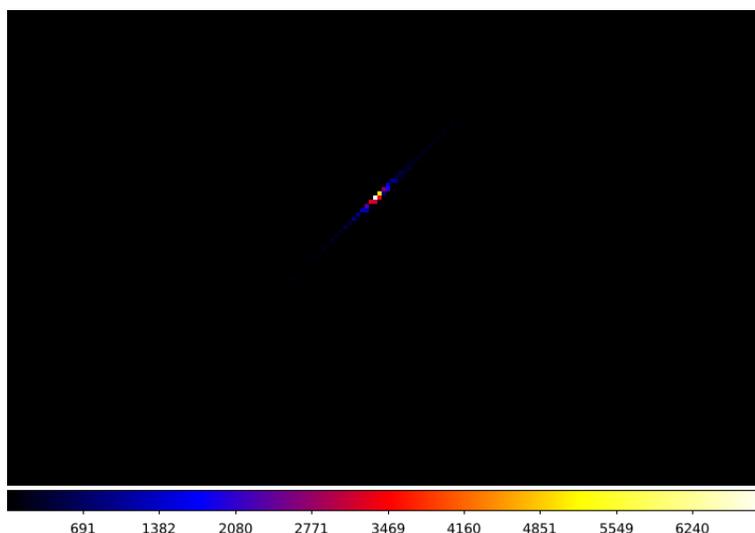


図 2.5: Mrk 421 の MJD 55315 の WT モードの画像。中心の明るい点が Mrk 421 である。

XRT データの解析は NASA の High Energy Astrophysical Science ARchives Center(HEASARC) が配布している、HEASoft v6.19 標準ツールの中の FTOOLS を用いて実行した。使用した具体的なコマンドは表 2.3 に示す。解析には 0.3—10 keV のエネルギー範囲でのイベントを使用している。光源のスペクトルは最小二乗法によるフィッティングを容易にするため 20 カウント毎に bin まとめを行った。観測機器の応答関数は `xrtmkarf` で生成され、応答関数によって PSF 損失と CCD 欠陥が補正される。スペクトル解析には XSPEC ソフトウェアパッケージ version12 を用いた。表 2.4 に解析条件をまとめる。

コマンド	役割
xselect	FITS ファイルから目的のイベントを抽出
grppha	bin まとめを行う
xrtmkarf	応答関数 ARF ファイルを作成
xspec	モデルに対してフィッティングを行う

表 2.3: FTOOLS コマンドの役割

HEASoft バージョン	v6.19
XSPEC	version12
エネルギー範囲	0.3 keV—10 keV
解析期間 (MJD)	MJD 53461—MJD 57391
解析期間 (日付)	2005-04-01—2016-01-04

表 2.4: 解析条件

解析では天体のバックグラウンドを差し引く必要がある。WT モードは図 2.5 に示すような空間 1 次元のデータが得られ、各時刻においてデータの得られる方向が変わるため、領域をその都度変える必要がある。ここで FTOOLS のひとつで、キーワードを抜き出すことが可能となる fkeyprint コマンドを用いることで、FITS ファイルから解析中に天体の角度を自動的に抜き出すことに成功した。領域の取り方は図 2.6 に示す。以上で示したように FTOOLS を用いて行った解析から得られた、Mrk 421 のライトカーブを図 2.7 に示す。

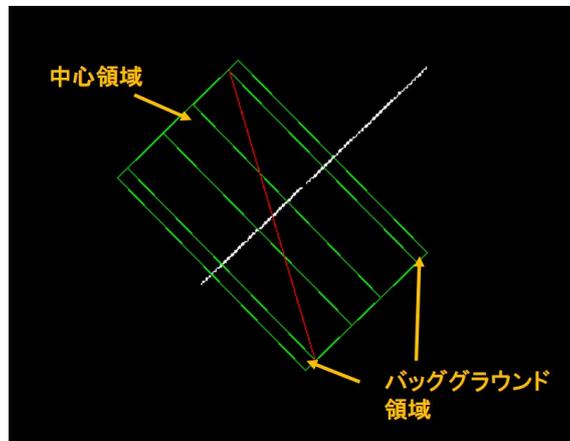


図 2.6: バックグラウンドの取り方。図 2.5 を z スケールとした場合での MJD55315 の Mrk 421 の画像。白線と赤線が交わっているところが天体中心である。中心から 32 秒角の距離 (中心の緑色の四角形) が中心天体領域で、中心から 1.6—2.1 分角の範囲 (両サイドの緑色の四角形) がバックグラウンドの領域となるように設定している。

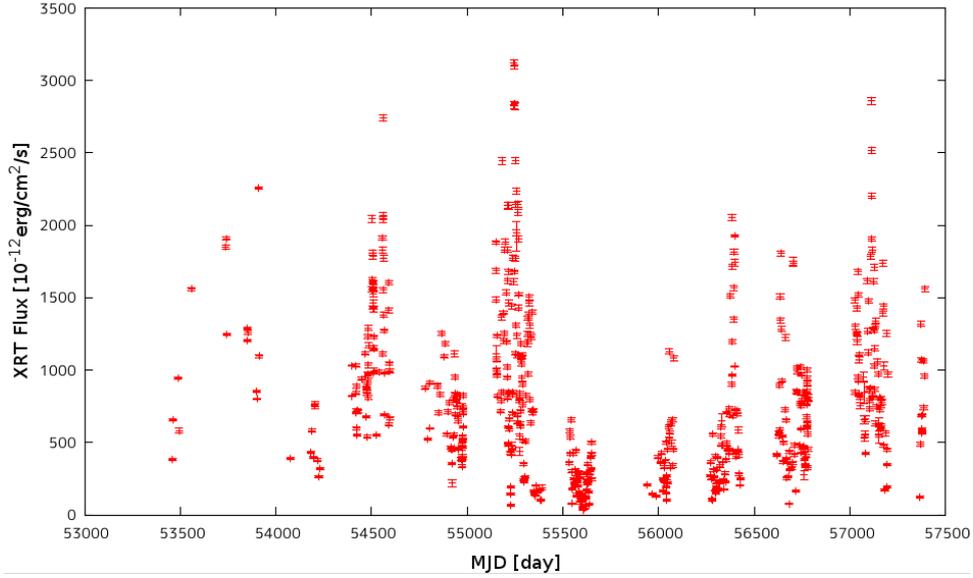


図 2.7: Mrk 421 の XRT データからのライトカーブ。MJD 53461—MJD 57391 の期間を示す。横軸が時間 (修正ユリウス日)、縦軸がフラックスである。

図 2.7 のライトカーブにより Mrk 421 の X 線での時間変動が分かる。この結果から、X 線で暗い時期 (MJD 55230) と明るい時期 (MJD 55252) の 2 つの期間について SED を作成した。表 2.5 がそれぞれのスペクトル解析によって得られた X 線フラックスである。スペクトル解析において、星間ガスに起因する低エネルギー吸収の推定値を考える必要があるため、それらを取り除いたフラックスを計算し示している。スペクトルのモデルには式 (2.1) に示す乗則を用いた。

$$F(E) = KE^{-\alpha} \quad (2.1)$$

α =冪の係数、 K =正規化定数 (フラックス) である。図 2.8 と図 2.9 に得られたスペクトルデータとそのモデル、及び両者の比を示す。これらの図から、観測データがべき乗則モデルで良く説明されていることが分かり、得られた X 線フラックスの値が妥当なものであると言える。

時間	水素柱密度 (N_H)[10^{22}]	Photon index	フラックス [$10^{-12}\text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1}$]
MJD 55230	$4.4 \times 10^{-2} \pm 6.0 \times 10^{-3}$	2.44 ± 0.03	420 ± 5
MJD 55252	$3.1 \times 10^{-2} \pm 3.0 \times 10^{-3}$	1.92 ± 0.01	1770 ± 10

表 2.5: MJD 55230 と MJD 55252 の期間に対する SED データ。星間吸収の影響を取り除いている。

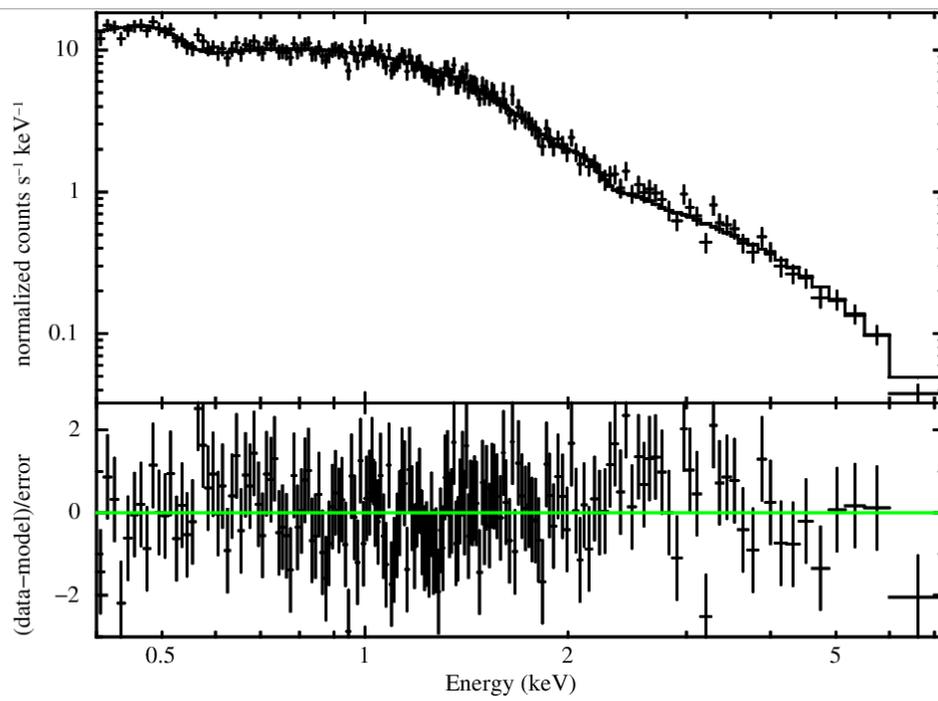


図 2.8: MJD 55230 のスペクトルデータとモデルの残差。横軸がエネルギー、縦軸が検出されたカウント数である。

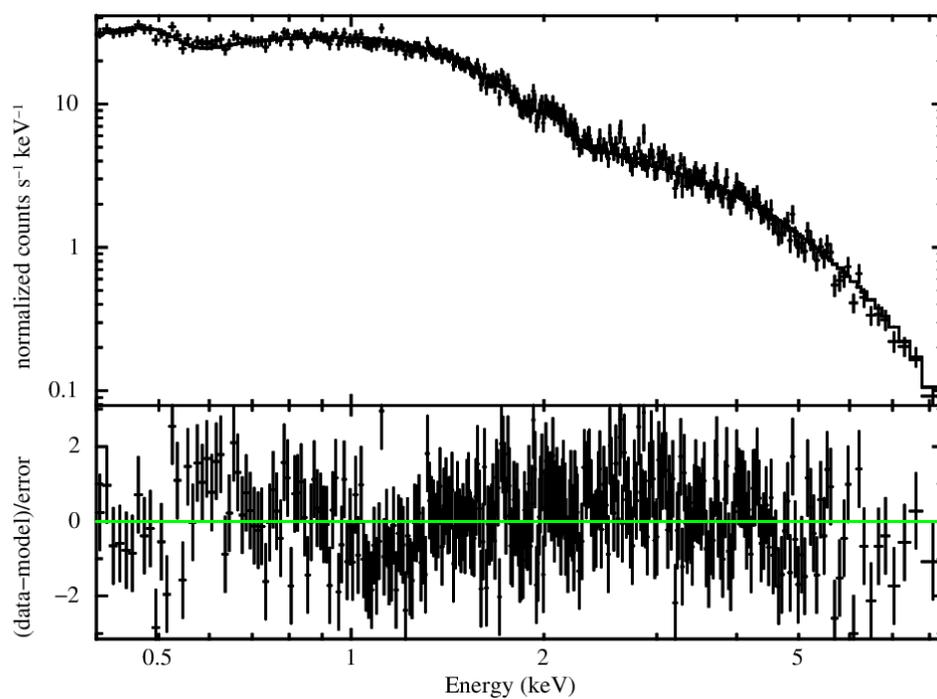


図 2.9: MJD 55252 のスペクトルデータとモデルの残差。横軸がエネルギー、縦軸が検出されたカウント数である。

2.2 フェルミガンマ線衛星

図 2.10 に示すフェルミガンマ線観測衛星は米国、日本、イタリア、フランス、スウェーデン、ドイツの研究組織により共同開発され、2008 年 6 月 11 日にケープ・カナベラル空軍基地から打ち上げられた。2008 年 8 月から運用が開始されて以来、全天サーベイ観測を行なっている。CGRO 衛星の EGRET ガンマ線望遠鏡 (スパークチャンバーを用いた検出器) が開拓した新しいエネルギー領域をさらに広げる目的で開発された。図 2.11 に示すようにガンマ線検出器として、大面積望遠鏡 (Large Area Telescope;LAT) とガンマ線バーストモニター (Gamma-ray Burst Monitor;GBM) の 2 つを搭載している。本論文では LAT による Mrk 421 の観測データを解析したため、以降で LAT の特徴とデータ解析について述べる。



図 2.10: フェルミ衛星 [19]

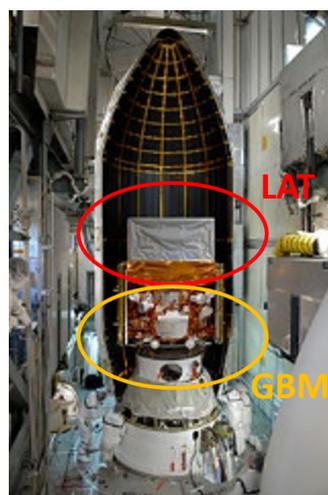


図 2.11: LAT、GBM 検出器 [19]

2.2.1 LAT 検出器

LAT は 20 MeV—300 GeV 以上の観測帯域を持ち、視野は全天の約 20 % で 3 時間ごとに走査を行う。活動銀河、超新星残骸、パルサーのような高エネルギーガンマ線天体に加え、暗黒物質、宇宙線、星間物質など幅広い天体を研究対象としている。以下で詳しく説明する、トラッカー (Tracker;TKR)、カロリメーター (Calorimeter;CAL)、反同時計数検出器 (Anti-Coincidence Detector;ACD) の 3 種類の検出器から構成されている。入射した高エネルギーガンマ線を電子・陽電子対生成反応で電子・陽電子に変換し、その飛跡をシリコンストリップ検出器で追うことで、広帯域でのガンマ線の到来方向やエネルギーを測定できる。LAT の性能を表 2.6 に、全体図を図 2.12 に示す。

パラメータ	値
エネルギー帯域	~ 20MeV ~ >300GeV
エネルギー分解能	<15 % (>100MeV)
有効面積	>8000cm ²
1 光子角度分解能	<0.15 °(>10GeV) <3.5 °(=100MeV)
視野	2.4sr
光源位置決定精度	<0.5 °
点光源感度	<6 × 10 ⁻⁹ ph cm ⁻² s ⁻¹ (>100MeV)
時刻精度	< 10 ⁻⁶ 秒
背景信号除去	<10 % (100MeV ~ 300GeV)
不感時間	1 イベントあたり <10 ⁻⁴ 秒

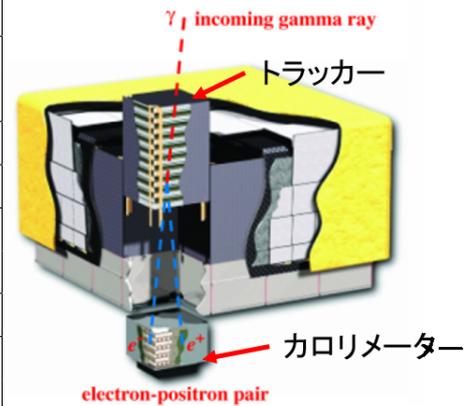


図 2.12: LAT の全体図 [21]

表 2.6: LAT の性能 [20]

- TKR

トラッカーは 4 × 4 の 16 個のタワーモジュールにより構成されている。各タワーモジュールは薄いタングステン変換ホイルを差し込まれたシリコンストリップの層からなる。シリコンストリップ検出器は電子・陽電子対生成反応によりガンマ線から生成された電子と陽電子の経路を測定する。この反応は宇宙線のバックグラウンドを排除するためにも役立つ。

- CAL

粒子が完全に吸収されたときの粒子のエネルギーを測定する検出器である。LAT のカロリメーターは主にヨウ化セシウムでできており、入射光のエネルギーに比例した光を生成する。また、宇宙線のエネルギーでデポジット分布はガンマ線とは異なるため、このカロリメーターは宇宙線を排除することにも有用である。

- ACD

反同時計測検出器は宇宙線を最初に防ぐ役割がある。荷電粒子宇宙線が当たるとシンチレーターが光って、同時計測信号を出す。

可視光とは異なり高エネルギーガンマ線は、レンズによって屈折されることも鏡によって集束されることもできない。代わりに、高エネルギー粒子加速器で使用される検出器と同じ技術で検出される。以下で LAT のガンマ線検出の一連の流れを図 2.13 を用いて説明する。

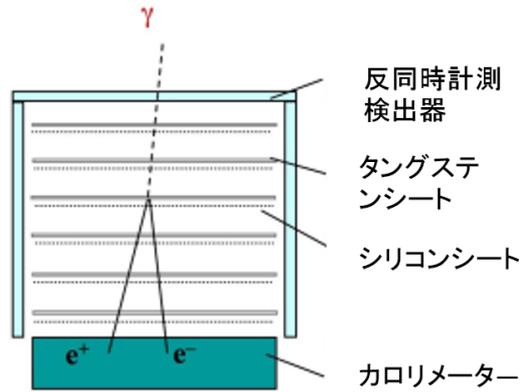


図 2.13: LAT モジュールの模式図 [21]

1. ガンマ線が LAT に入り、信号を出さずに反同時計測検出器を通過。
2. ガンマ線は 16 枚の薄いタングステンシートの 1 つで相互作用をする。この作用は対生成であり、ガンマ線を陽電子と電子に変化させる。
3. トラッカーはシリコンストリップを使用して、電子と陽電子の経路を測定し、ガンマ線の到来方向を決定する。
4. 電子と陽電子は、粒子のエネルギーと元のガンマ線のエネルギーを測定を行うカロリメーターへ入る。
5. 反同時計測検出器は不要な宇宙線粒子の信号を受け取る。この信号はデータ収集システムに信号を排除するように指示する。反同時計測検出器は LAT に入るバックグラウンド荷電粒子の 99.97 % を排除する。
6. LAT データ収集システムのソフトウェアにより地球の大気に由来する不要なガンマ線が排除される。

2.2.2 フェルミ LAT データと解析方法

Fermi ガンマ線衛星から地球へ送られてくる LAT の生データにはイベント 1 つ 1 つの情報が全て含まれているため、膨大な量になる。この生データを解析に適したものにするために、level0、level1 と呼ばれる 2 つの処理を施す。

1、level 0 プロセス

生データに含まれる情報を衛星情報と検出器情報とに分離し、level 0 data とする。衛星情報には衛星自身の姿勢や位置等の情報が、検出器情報には検出器が捉えた天体由来の電子の到来時間やエネルギー等の情報が含まれる。

2、level 1 プロセス

Level 0 プロセスで作成した level0 data 中の粒子の飛跡を再構成する。これによりガンマ線のエネルギーや到来方向、バックグラウンドの識別が得られる。

これらのプロセスの後に、さらに解析に必要な情報のみを取り出して、Swift 衛星の XRT 解析でも用いた FITS 形式に変換を行う。LAT の FITS ファイルには FT1 と FT2 の 2 種類ある。検出器が捉えた光子の情報が含まれるものが FT1 ファイル、衛星の姿勢や位置などの情報が含まれるものが FT2 ファイルである。

フェルミ衛星の解析の流れを説明する。FT1 ファイルから、エネルギー領域、天体の座標、解析領域 (Region Of Interest; ROI)、解析期間などを指定し、使用する領域のデータを選択して切り出す。次に FT2 の衛星条件をもとに、FT1 ファイルのイベントセレクションを行いガンマ線イベントのみに絞り込む。この作業が必要な理由は、フェルミ衛星は全天サーベイ観測を行っているため、特定天体の観測時間は正確には定められていないからである。最後に最尤法によりスペクトルフィットを行う。観測値より放射モデルを推定する場合、最小二乗法を用いるのが一般的である。しかしガンマ線は到来数が少ないため光子の分布が正規分布ではなく、ポアソン分布となるので最尤法を用いている。最尤法によりモデルにデータをフィッティングすることで、フラックス、誤差、スペクトル指標などの情報が得られる。LAT で得られたスペクトルデータのモデル化の方法は大別して以下の 2 つがある。

- unbinned 解析

検出された光子 1 つずつに対して尤度を計算する。到来光子数が他のエネルギー帯域に比べて少ないガンマ線の解析においては、この方法が用いられる。光子数が多いデータに使用すると解析に時間を要するため一般的には用いられない。

- binned 解析

検出された光子を一定のエネルギー領域 (bin) ごとにまとめて尤度を計算する。データ量が多い長時間データの解析や、銀河面近傍の背景放射が大きい領域の解析を行う際に用いられる解析手法である。データ量が多い場合も時間がかからない。

本研究の解析には、フェルミチームが配布しているフェルミ衛星用解析ツールである Science Tools を使用している。Science Tools は SLAC(Stanford Linear Accelerator Center) で開発されたソフトで、データセレクションからモデルフィットまでの一連の解析を行うことができる。今回使用したものはバージョンが v10r0p5、レスポンスが P8_R2_SOURCE_V6 である。本研究ではライトカーブを作成するために unbinned 解析を、SED を作成するために binned 解析を行った。それぞれの解析と結果について以下で説明する。

unbinned 解析

unbinned 解析で Mrk 421 の約 8 年間のデータを 1 週間ごとに分割して解析し、ライトカーブを作成した。解析条件は表 2.7 に、解析に使用した Science Tools のコマンドは表 2.8 に示す。

データセット	Pass 8
イベントセレクション	SOURCE
エネルギー範囲	100MeV—300GeV
解析期間 (MJD)	54682—57667
解析期間 (日付)	2008-08-04-2016-10-06
解析領域 (ROI)	15 deg
Zenith Angle	<90 °
Time Cuts Filter	DATA_QUAL>0 && LAT_CONFIG==1
Galactic Diffuse	gll_v90 _iem_v06.fits
Extragalactic Diffuse	iso_P8R2_SOURCE_V6_v06.txt

表 2.7: 解析条件

コマンド	役割
gtselect	FT1 から使用するデータ領域の切り出し
gtmktime	衛星情報 (FT2) を元に FT1 のイベントセレクションを行い FT1 の GTI を作成
gtbin	FT1 を他のツール (DS9、XSPE 等) で使用できる FITS ファイルへ変換
gtlucube	FT2 中の livetime と FT1 中の GTI を用いて livetime の合計を計算
gtexpmap	レスポンス計算に使用する exposure map の作成
gtdiffsp	拡散放射 (Diffuse 成分) のレスポンスの計算
gtlike	最尤法によるモデルフィット

表 2.8: unbinned 解析で使用した Science Tools コマンドの役割

以上で示した Science Tools コマンドを使用し、作成した Mrk 421 のライトカーブが図 2.14 である。Mrk 421 は図 2.7 で示した X 線での時間変動だけでなく、ガンマ線でも時間変動していることが分かる。

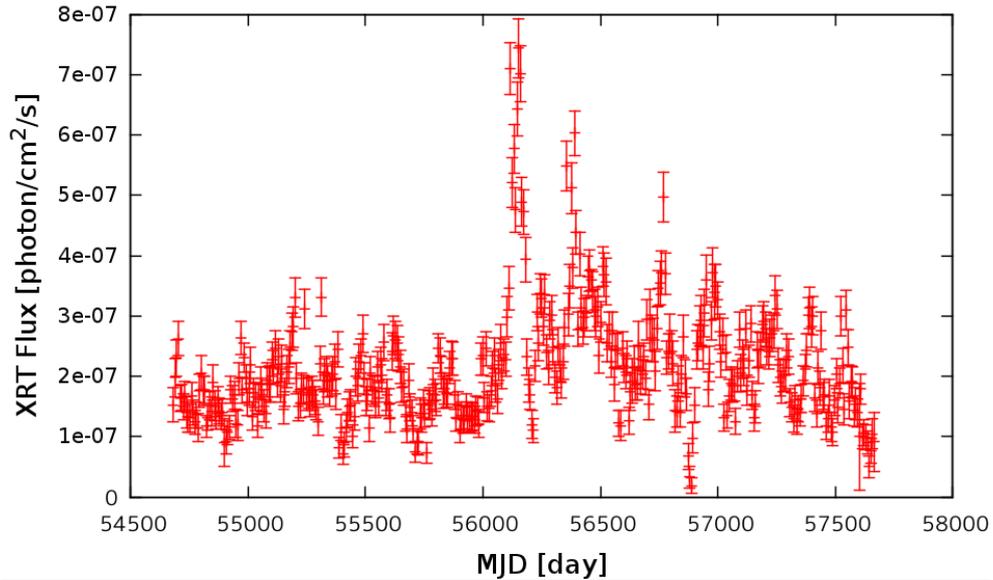


図 2.14: Mrk 421 の Fermi LAT データの 1 週間 bin のライトカーブ。MJD 54682—MJD 57667 の期間を示す。横軸が時間 (修正ユリウス日)、縦軸がフラックスである。

binned 解析

binned 解析の解析条件を表 2.9 に示す。解析期間は Swift XRT のライトカーブから、X 線で明るい時期 (MJD 55230) と暗い時期 (MJD 55252) のそれぞれ前後 5 日間に限定し、SED を作成した。binned 解析では光子を 1 つずつ扱うのではなく、一定のエネルギー領域 (bin) ごとにまとめて扱う。本研究では $0.1 \text{ deg} \times 0.1 \text{ deg}$ の正方形中に光子が何個到来したかを数え、解析領域はこの正方形が 200 個 \times 200 個の $20 \text{ deg} \times 20 \text{ deg}$ とした。本解析で用いたコマンドを表 2.10 に示す。unbinned 解析で用いたコマンドと後半部分が異なる。SED 解析はまずエネルギー範囲を区切る。一般的に SED は両対数で表示されるため、対数空間で等間隔となるようにエネルギー範囲は 100 MeV—300 GeV を 3 分割した。スペクトルのモデルは式 (2.2) に示す冪乗分布を使用した。

$$\frac{dN}{dE} = K \left(\frac{E}{E_0} \right)^\alpha \quad (2.2)$$

K は正規化定数、 α は冪乗則の係数、 E_0 は基準エネルギーを表す。それぞれのエネルギー帯で gtlike により求めた正規化定数、冪乗則の係数、基準エネルギーの値を式 (2.2) に代入することで $\frac{dN}{dE}$ を算出できる。解析結果を図 2.15、図 2.16 に示す。

データセット	Pass 8
イベントセレクション	SOURCE
エネルギー範囲	100 MeV—300 GeV
解析期間 (MJD)	55225—55235 , 55247—55257
解析期間 (日付)	2010-01-29—2010-02-08 , 2010-02-20—2010-03-02
解析領域 (ROI)	20 deg×20 deg
Zenith Angle	<90 °
Time Cuts Filter	DATA_QUAL>0 && LAT_CONFIG==1
Galactic Diffuse	gll_v90 _ iem_v06.fits
Extragalactic Diffuse	iso_P8R2_SOURCE_V6_v06.txt

表 2.9: 解析条件

コマンド	役割
gtselect	FT1 から使用するデータ領域の切り出し
gtmktime	衛星情報 (FT2) を元に FT1 のイベントセレクションを行い FT1 の GTI を作成
gtbin	FT1 を他のツール (DS9、XSPE 等) で使用できる FITS ファイルへ変換
gtlrcube	FT2 中の livetime と FT1 中の GTI を用いて livetime の合計を計算
gtexpcube2	gtlrcube で計算した livetime を使用領域に適用して露出マップを作成
gtsrcmap	最尤法で使用するためのモデルカウントマップを作成
gtlike	最尤法によるモデルフィット
gtmodel	モデルを読み込み適切なスケールをソースマップに適用し、最適なモデルマップを作成

表 2.10: binned 解析で使用した Science Tools コマンドの役割

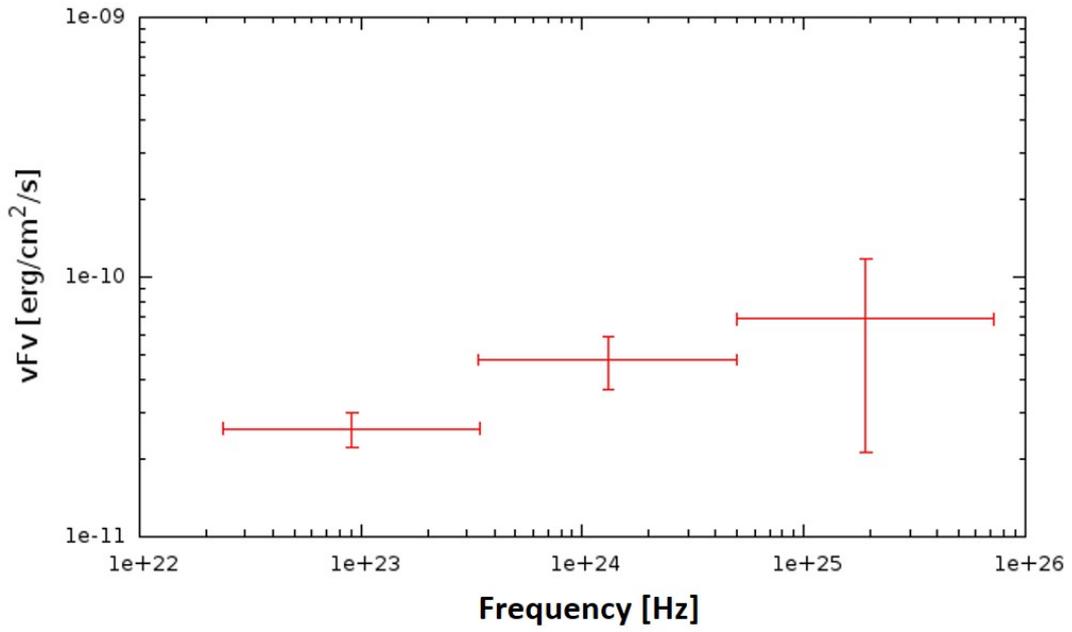


図 2.15: Mrk 421 の 1 MeV から 300 GeV のエネルギースペクトル分布 (MJD 55230)。横軸が周波数、縦軸がエネルギーフラックスである。

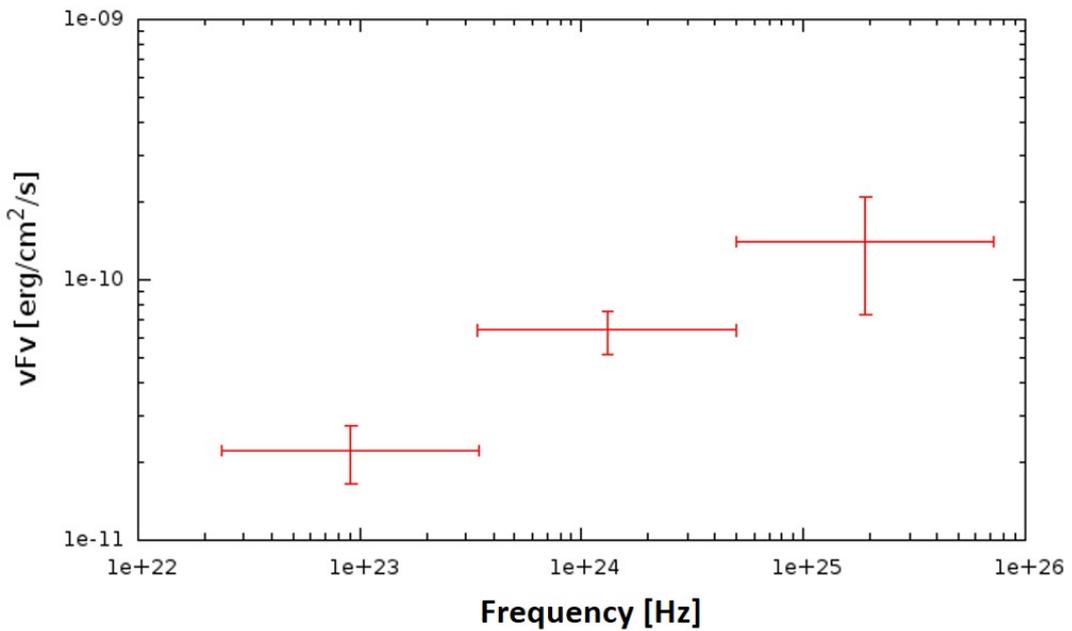


図 2.16: Mrk 421 の 1 MeV から 300 GeV のエネルギースペクトル分布 (MJD 55252)。横軸が周波数、縦軸がエネルギーフラックスである。

以上 2 章で解析した Mrk 421 の X 線とガンマ線のデータを用いて、次説で説明する MCMC でモデル最適化を行う。

第3章 マルコフ連鎖モンテカルロ法

3.1 ベイズ推論

各種パラメータや未知の要素を全てひとまとめにしてベクトル x と書く。ベイズ統計では x の値が確率的に生成されたと考えて、その確率分布 $P(x)$ を事前分布と呼ぶ。次にこの値を与えたもとの、データが作り出される条件付き確率 $P(y|x)$ を仮定する。これを尤度関数という。するとベイズ推論は、「 $P(x)$ と $P(y|x)$ が与えられたとき、データ y が与えられたときの x の確率分布を求める」ことに相当する。この条件付き確率 $P(x|y)$ を事後分布という。ベイズの公式は以下で示される。

$$P(x|y) = \frac{P(y|x)P(x)}{Z} \quad (3.1)$$

$$Z = \sum_x P(y|x)P(x) \quad (3.2)$$

Z は確率の総和を1とするための規格化定数である。ベイズ理論は事前分布 $P(x)$ を考えるため、パラメータの最適値だけでなく事後確率分布が推定でき、そのため検定の必要が無いといった利点がある。統計科学の領域において、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov Chain Monte Carlo methods;MCMC) が最も利用されているのは、このベイズ推論に関連した部分である。ベイズ推論では MCMC を事後確率 $P(x|y)$ からの x のサンプルを得る為に利用される。

3.2 MCMC とそのアルゴリズム

3.2.1 MCMC とは

MCMC は、多変量の確率分布からサンプルを得るための一群の手法である。1953年に統計物理の分野において液体のシミュレーション方法として、Metropolisらによって提唱された。[22] その方法の一般性と有用性から、現在に至るまで物理学、統計学など様々な分野で応用されている。マルコフ連鎖とは「1つ前のみの状態によって次の状態が決まる連鎖」、モンテカルロ法とは「乱数を用いた数値計算技法」を意味する。この特徴を以下に示す。

- ・正規分布などの性質がよく分かっている分布だけではなく、離散変数や連続変数問わずさまざまな分布に適用できる。

- ・多変量の場合にも適用できる。

- ・事後分布が多峰型になっていても、局所解にとらわれず大局解を知ることができる。

本研究では MCMC の中で最も基本的なアルゴリズムであるメトロポリス法を用いた。計算手順は、現在の状態を中心に対称な提案分布からサンプル候補を生成し、目的分布の密度関数の比を用いてそのサンプル候補をサンプルとして採択するか否かを確率的に判定することを繰り返す。提案分布とは任意の確率密度関数のことで、過去のサンプルから候補のサンプルを生成する関数を意味する。以下で MCMC の特徴である詳細釣り合い条件を示した後、具体的なアルゴリズムについて説明する。

3.2.2 詳細釣り合い条件

MCMC によって得られる変数 x の確率分布 $P(x)$ は定常分布になる必要がある。この定常性を満たすための条件として詳細釣り合い条件がよく使われる。これは任意の x, x' について、

$$P(x)\pi(x \rightarrow x') = P(x')\pi(x' \rightarrow x) \quad (3.3)$$

が成り立つと表現される。これが「遷移確率 π のもとで $P(x)$ が定常分布になること」の十分条件であることは容易に分かる。この式 (3.3) は「すべての対 (x, x') について個々に釣り合う」という、強い条件を課している。詳細釣り合い条件を満たすものに限定してしまえば「遷移確率 π のもとで $P(x)$ が定常分布になる」ように遷移確率 π を設計することは簡単である。ある状態に行く割合が増えたり、新しい遷移が加わったりしても、反対方向の遷移をそれと釣り合うように変えれば定常分布は変わらないことになる。また「遷移確率 π を定めるには比 $P(x)/P(x')$ のみで十分」という点が重要である。 [23]

3.2.3 MCMC メトロポリス法アルゴリズム

ここではメトロポリス法のアルゴリズムを説明する。任意の i 番目の状態 x_i を考える。

1. dx を提案分布から発生させる。

提案分布とは任意の確率密度関数のことで、過去のサンプルから候補のサンプルを生成する関数を意味する。

2. 任意の i 番目の状態 x_i から $i + 1$ 番目の状態の候補は以下のように決める。

$$x_{i+1} = x_i + dx \quad (3.4)$$

3. 候補の状態と現在の状態との事後確率の比を式 (3.5) のように計算する。

$$r = \frac{P(x_{i+1})}{P(x_i)} \quad (3.5)$$

4. 次の状態を決める

1) $r > 1$ のとき

無条件で採択 (候補の状態を $i + 1$ 番目の状態にする)

2) $r < 1$ のとき

確率 r で採択

一様乱数 $R(0 \leq R < 1)$ を発生させ、以下で決める。

$r > R$...採択 (候補の状態を $i + 1$ 番目の状態にする)

$r < R$...非採択 (i 番目の状態を $i + 1$ 番目の状態にする)

事後確率の比と採択確率には、図 3.1 に示す関係がある。

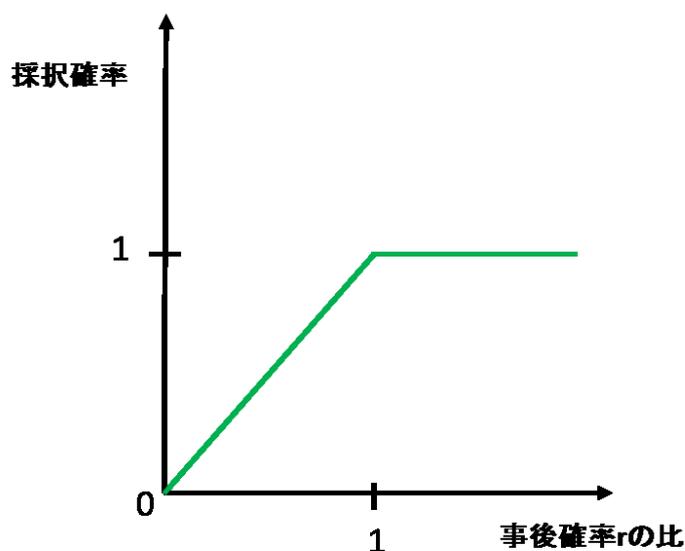


図 3.1: 事後確率の比と採択確率の関係

以上のことを分かりやすく図示したものが図 3.2 である。図 3.2 では具体的なパラメータとして 2 次元パラメータ a, b を考えている。等高線は事後確率を表し、中心ほど高い。 i 番目を a_i, b_i とする。図中の右上に行くとき事後確率が上がるので、無条件に採択される。右下に行くとき事後確率が下がるので採択確率 $\frac{1}{3}$ で採択される。最尤法では事後確率の高い方にしか状態遷移しないが、MCMC では事後確率の低い方にも状態遷移するため、局所解に捕らわれず大局解を推定できる。

5. 事後分布の可視化と最適パラメータの決定

以上のプロセスを十分長い時間繰り返し、初期値の影響を受けていると思われる部分を排除する「Burn-in」という操作を行う。その後、定常分布に収束した部分で事後分布を作成する。図 3.3 の左図は MCMC ステップに対するパラメータの推移を示しており、このグラフをトレース図と呼ぶ。右図はこの事後分布を示している。

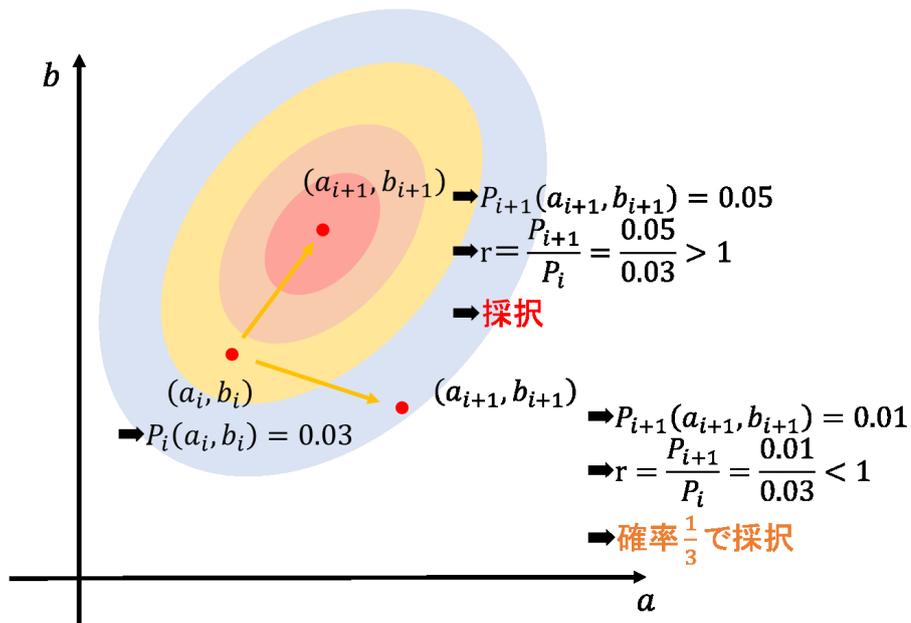


図 3.2: 採択・非採択の例。等高線は事後確率を表す。

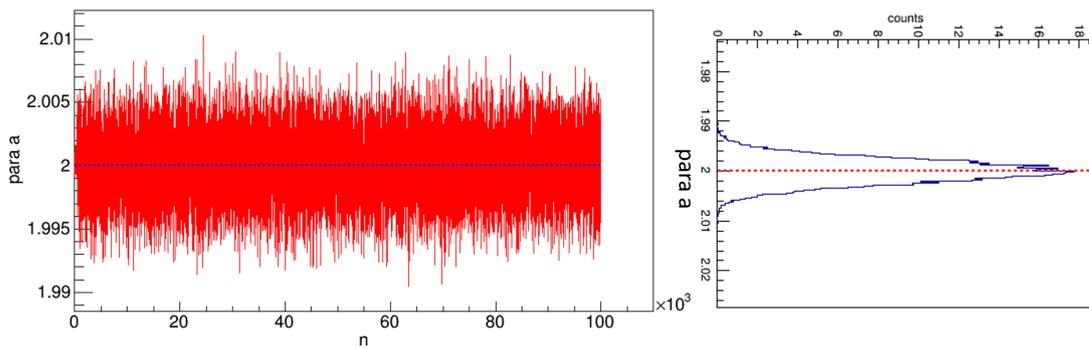


図 3.3: 収束結果と事後分布の可視化。左図: トレース図。横軸はステップ数、縦軸はパラメータ値であり収束を示す。右図: 横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率であり、事後分布を示す。左図との相関を表すため 90 度回転させている。

メトロポリス法のアルゴリズムは至ってシンプルである。しかし、パラメータ毎に最適な提案分布に調整する必要があり、パラメータの数が増えるとその調整に時間を要するという欠点がある。ここでその欠点を克服するために考えられたのが次に示す適応的メトロポリス法である。

3.3 適応的メトロポリス法

前述の、メトロポリス法に、提案分布のパラメータ更新則を加える [24]。より効率的かつ迅速に収束させるため、各パラメータの提案分布をより適したものと変更させるということである。本研究はいずれの提案分布に対しても、式 (3.6) に示す各パラメータ間の相関を考えた多次元正規分布を用いた。

$$f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^p \sqrt{|\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (3.6)$$

Σ はパラメータの分散共分散行列、 $\boldsymbol{\mu}$ は各パラメータの平均値であり、 T は転置、 p は \boldsymbol{x} の次元を表す。提案分布のパラメータ θ は、スケールパラメータ σ^2 を加えた目的分布の分散共分散行列 $\sigma^2 \Sigma$ のみである。 σ^2 は指定した平均採択率 α に達するような値にするのが望ましい。大局解に収束するように Robbins-Monro アルゴリズム [25] から、メトロポリス法で次のサンプル \boldsymbol{x}_n が与えられたとすると、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_n &\leftarrow \boldsymbol{\mu}_{n-1} + h_n(\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{\mu}_{n-1}) \\ \Sigma_n &\leftarrow \Sigma_{n-1} + u_n \left((\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{\mu}_{n-1})(\boldsymbol{x}_n - \boldsymbol{\mu}_{n-1})^T - \Sigma_{n-1} \right) \\ \sigma_n^2 &\leftarrow \sigma_{n-1}^2 + s_n(FA_n - \alpha) \end{aligned} \quad (3.7)$$

と更新していく。ここで h_n, u_n, s_n はそれぞれ $n \rightarrow \infty$ で 0 に収束する学習係数であり、和は発散し二乗和は収束する。 $\boldsymbol{\mu}$ はパラメータの平均値であるとともに、 Σ の更新に必要な補助パラメータである。これは目的分布の期待値を学習する。 FA は n ステップ目でサンプル \boldsymbol{x}' が採択されたら 1 とし、棄却されたら 0 となる変数である。以下でアルゴリズムを示す。

1. サンプルの初期値、パラメータの初期値の $\theta_0 = (\sigma_0^2, \Sigma_0)$ 、 $\boldsymbol{\mu}_0$ を与える。
2. a、パラメータ θ_{n-1} を持つ提案分布を用いて、候補の生成、採択判定 (メトロポリス法のアルゴリズム $\Delta 1 \sim 4$) を行い次のサンプルを得る。
b、上記の式でアルゴリズムを繰り返す毎に、パラメータ θ を更新する。

3.4 MCMC による線形回帰分析

MCMC によるパラメータ推定の最も簡単な例として線形回帰分析を示す。本研究では Python を用いて適応的メトロポリス法を実装した自作プログラムを用いたため、線形回帰の問題でその性能確認を行う。傾き $a = 2.0$ 、切片 $b = 3.0$ の直線を推定する。ここで使用したデータは図 3.4 に示す、 $y = 2p + 3$ のプロット点を y 軸方向に標準偏差 50 の正規乱数を加えて作成したものである。この作成したデータ点を d_i と表し、尤度関数 $P(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})=L$ は式 (3.8) に示す正規分布を用いた。

$$L = \prod_{i=1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \exp\left(-\frac{(d_i - y_i)^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (3.8)$$

σ_y はデータのノイズとして与えた正規乱数の標準偏差の値を適用している。ここで x は式 (3.9) で表す、直線の傾き a と切片 b を含むベクトルである。

$$x = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

事前分布 $P(x)$ は事前の情報がない場合に使用する基本的な事前分布である、無情報事前分布を用いた。

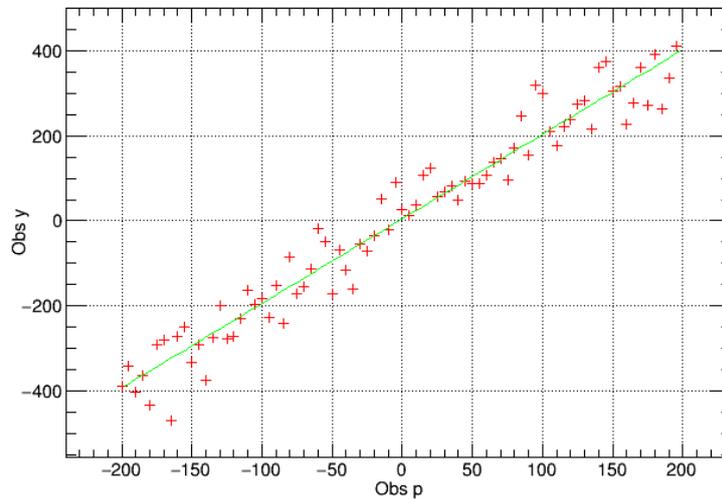


図 3.4: 使用したデータ。直線は $y = 2p + 3$ を示す。

MCMC を実行する際の提案分布は、最終的な採択率が 25 % 前後を達成するように標準偏差が 0.1 の正規分布で与え、初期値は $a_0 = 0.3$ 、 $b_0 = 3.5$ として実験した。結果を以下に示す。

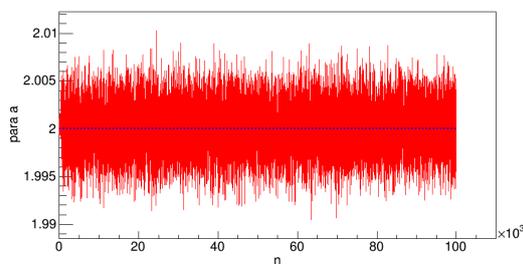


図 3.5: パラメータ a の収束結果を表したトレース図。横軸 ステップ数、縦軸 パラメータ a の値である。中央値に青線を引いている。

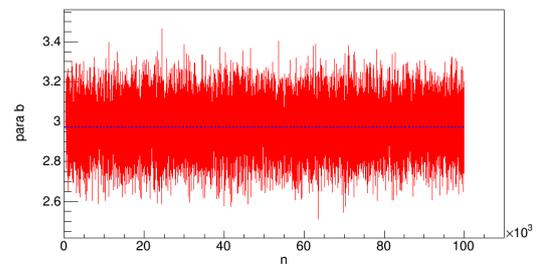


図 3.6: パラメータ b の収束結果を表したトレース図。横軸はステップ数、縦軸はパラメータ a の値である。中央値に青線を引いている。

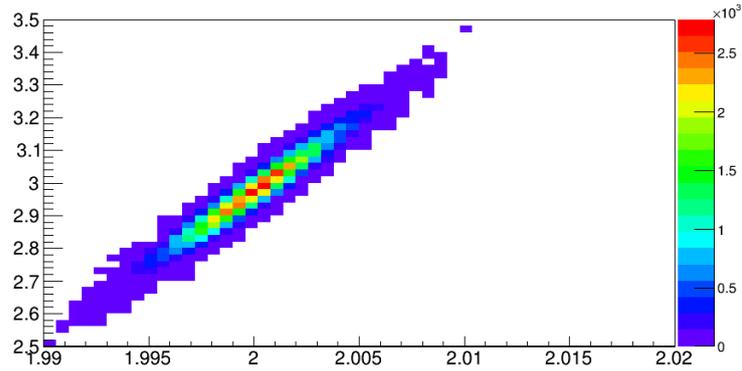


図 3.7: a と b の事後分布 (カラーマップ)

図 3.5、図 3.6 からそれぞれ真値である $a = 2.0$ 、 $b = 3.0$ 付近で収束していることが分かる。また、図 3.7 は横軸を a 、縦軸を b とした事後分布である。この図から真値付近に値が集中しているだけでなく、 a 、 b 間には正の相関があることも分かる。これらのサンプルから得られる a 、 b それぞれの事後分布が図 3.8 である。

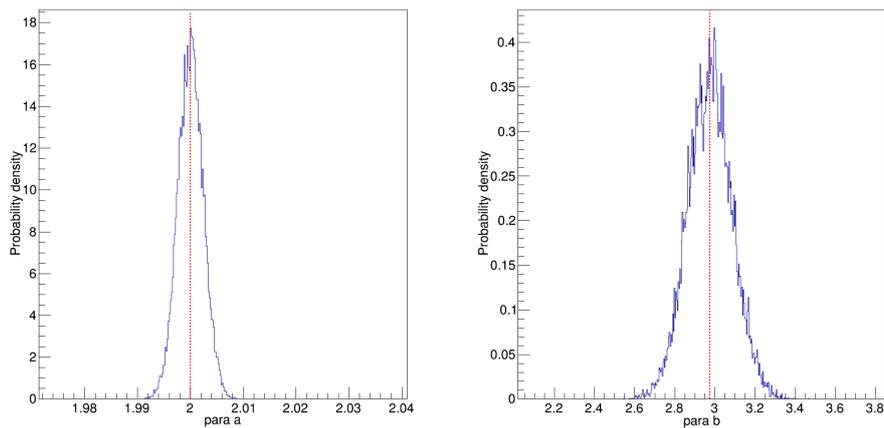


図 3.8: 事後分布。左図がパラメータ a 、右図がパラメータ b の結果。横軸 パラメータ値、縦軸 事後確率。それぞれ中央値に赤線を引いている。

事後分布のピークがそれぞれの真値に一致している。結果を数値化すると、サンプルの中央値と 99% 信頼区間は、 $a = 2.000 \pm 0.004$ 、 $b = 3.0 \pm 0.3$ となった。今回は事前分布を無情報事前分布としたが、サンプリングを行う前に値を予想できるパラメータに対して事前分布を置くと、パラメータ数が多い場合でも効率的なサンプリングが可能になると考えられる。

第4章 MCMCによるSEDパラメータ分析

4.1 人工データを用いた解析

実天体のSEDのモデル最適化に対してMCMCを実行させる前に、パラメータ間の相関関係や事前分布の必要性と依存性などを調べるため、予め真値の分かる人工データでの実験を行う。今回与えたパラメータはブレイザー Mrk 421 に関する先行研究 [7] と浦野卒業論文 [26] を参考に作成したもので、表 4.1 に示す通りである。また、人工データの周波数は、現実的に得られる可能性がある電波から TeV ガンマ線帯域までの 12 点を選択した。表 4.1 のパラメータ値により出力した SED 値に対して、その値の 50% の標準偏差をもつ正規乱数を加えて人工データを作成した。本解析に使用する人工データが図 4.1 である。

パラメータ	値
赤方偏移 : z	0.031
磁場 : B	0.0038
ドップラー因子 : δ_D	50
タイムスケール : T	1000
電子標準因子の対数值 : $\log_{10} K$	48
電子スペクトル因子 : p_0	2.0
ローレンツ因子 (最小値) : $\log_{10} r_1$	2.0
ローレンツ因子 (最大値) : $\log_{10} r_2$	6.0

表 4.1: SED 作成のために与えたパラメータ。 K 、 r_1 、 r_2 は変動が対数スケールだと考えられるため、それらに対しては候補サンプルも対数スケールで与えられるように考慮している。

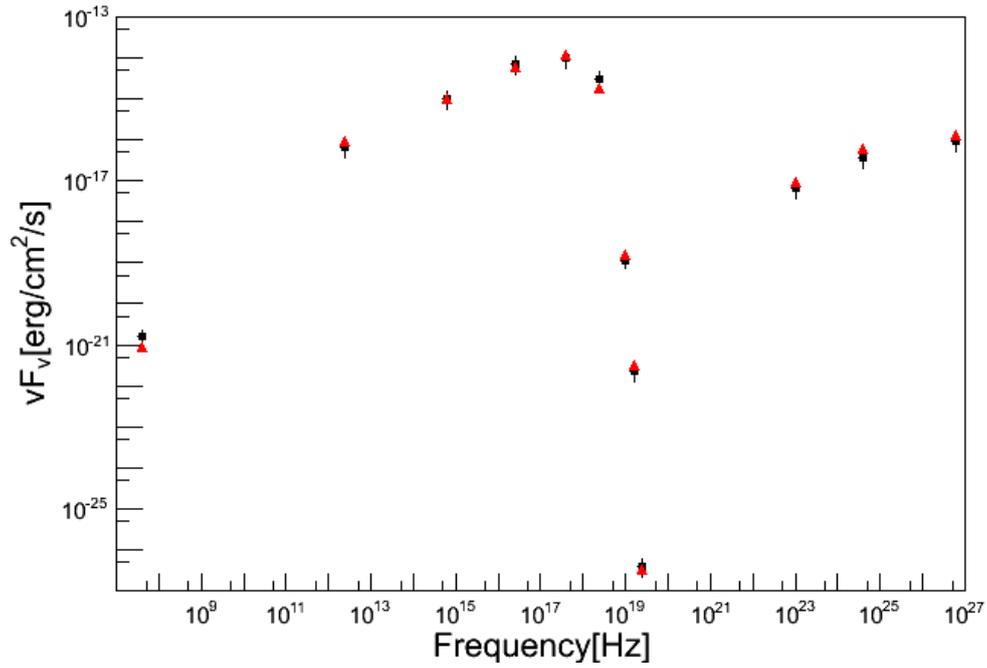


図 4.1: 実験に用いる SED の人工データ。赤点がノイズを加える前のデータ、黒点がノイズを加えたデータである。

本章ではまず 4.1.1 節で特定の事前分布を設定せず全てのパラメータを推定した結果を示し、いくつかのパラメータが独立して決まらないことを確認する。次に 4.1.2 節では事前分布を設定し MCMC が定常的な確率分布に収束することを示す。さらに 4.1.3 節ではその事前分布が結果に与える影響について、4.1.4 節では MCMC の初期値、4.1.5 節ではデータの測定誤差、4.1.6 節ではデータの周波数が結果に与える影響をそれぞれ示す。

4.1.1 MCMCによる人工データのパラメータ推定

適応的メトロポリス法を適用して、図 4.1 の SED に対してパラメータ推定を行った。候補サンプルを出力する提案分布は、3.3 節で述べたように各パラメータの分散共分散行列を取り入れた多次元正規分布で与え、最終的な採択率が 25 % 前後を達成するように設定している。 K 、 r_1 、 r_2 は対数スケールで変動すると考えられるため、それらに対しては候補サンプルも対数スケールで与えられるように考慮している。尤度関数は式 (3.8) と同様に正規分布とし、式 (4.1) を設定する。

$$L = \begin{cases} \prod_{i=1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d^2}} \exp\left(-\frac{(d_i(\nu)-f^{\text{syn}})^2}{2\sigma_d^2}\right) & (\nu < 10^{21} \text{ Hz のとき}) \\ \prod_{i=1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d^2}} \exp\left(-\frac{(d_i(\nu)-f^{\text{SSC}})^2}{2\sigma_d^2}\right) & (\nu > 10^{21} \text{ Hz のとき}) \end{cases} \quad (4.1)$$

ここで、 $f^{\text{syn}}, f^{\text{SSC}}$ は式 (1.14)、(1.16) で定義されたシンクロトロン放射、及び SSC 放射のエネルギーフラックスを表す。尤度関数の標準偏差値 σ_d は、SED の人工データを作成する際に用いた正規乱数の標準偏差とする。初期値は真値から 10—20 % 程度離れた値とし、事前分布は無情報事前分布とした。実行回数 10 万回の各パラメータのトレース図が図 4.2 である。

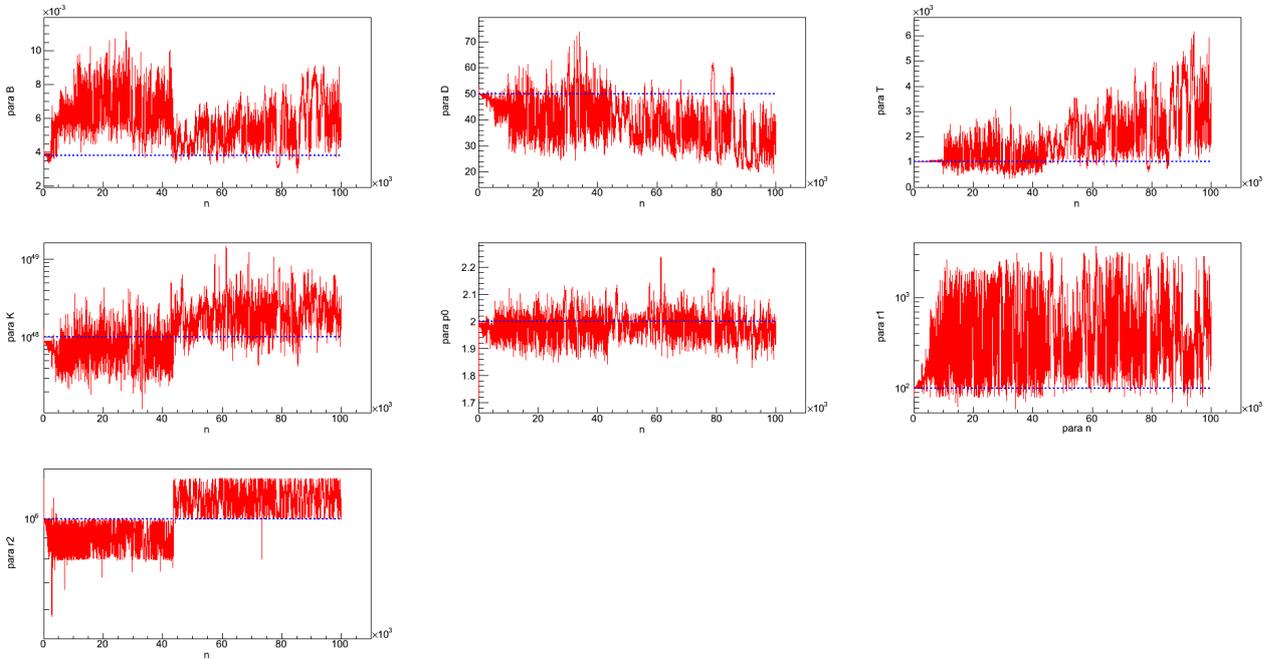


図 4.2: 各パラメータのトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

図 4.2 のトレース図から分かるように明らかに収束していない。そこで、観測からおおよその値を推定可能なパラメータについて、事前分布を無情報提案分布から正規分布にすることを考える。まずパラメータ間の相関を調べるために、図 4.2 のサンプルから各パラメータ間の相関係数を計算した。その結果を表 4.2 に示す。

	B	δ_D	T	K	p_0	r_1	r_2
B		-0.66	0.47	-0.05	-0.44	0.12	-0.32
δ_D	-0.66		-0.86	-0.31	0.46	0.16	-0.33
T	0.47	-0.87		0.41	-0.41	-0.16	-0.48
K	-0.05	-0.31	0.41		0.55	0.53	0.50
p_0	-0.44	0.46	-0.41	0.55		0.66	0.11
r_1	-0.12	0.17	-0.16	0.53	0.66		0.02
r_2	-0.32	-0.33	0.48	0.50	0.11	0.02	

表 4.2: 各パラメータの相関係数

表 4.2 からパラメータ B 、 δ_D 、 T の相関が強く、これは式 (1.14)、(1.16) から分かるように SED の絶対値がこれらの量に強く依存するため、これらのパラメータが独立には決まらないことを示唆している。図 4.3 にこれら 3 つのパラメータの相関図を示す。

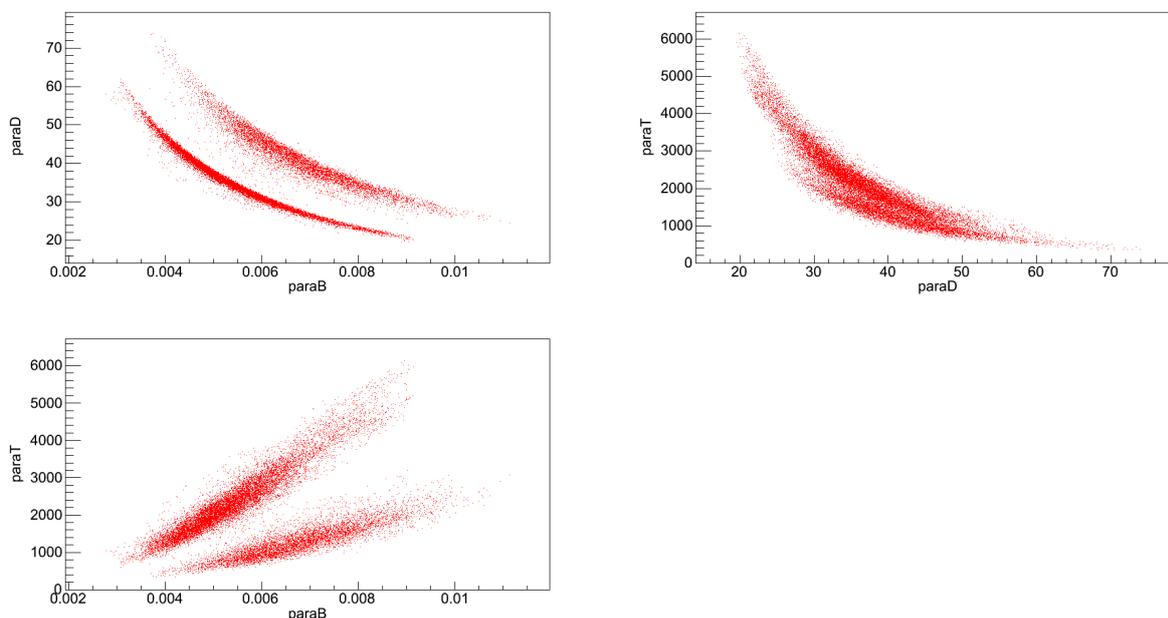


図 4.3: パラメータ B 、 δ_D 、 T の相関図。左上がパラメータ B と δ_D の相関、右上がパラメータ δ_D と T の相関、左下がパラメータ B と T の相関を示す。

相関係数の結果より相関の強いと考えられる3つのパラメータの中から、観測により予測可能なパラメータ δ_D 、 T に対して事前分布を設定して、次節では実験を行う。

4.1.2 事前分布を置いた場合のモデル SED パラメータ推定

観測によって予想可能なパラメータにはドップラーファクター δ_D とタイムスケール T がある。まずドップラーファクター δ_D に事前分布を設定することを考える。 δ_D は電波干渉計による観測から、時間と共に電波源が移動する様子が観測でき、その見かけの速度から推定できる。事前分布は式 (4.2) であり、 δ_D の真値である 50 を中心値 $\delta_{D\text{mean}}$ とし、標準偏差 σ_{δ_D} は 10 とした正規分布を事前分布として与えた。

$$P(\delta_D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\delta_D}^2}} \exp\left(-\frac{(\delta_D - \delta_{D\text{mean}})^2}{2\sigma_{\delta_D}^2}\right) \quad (4.2)$$

この結果のトレース図を図 4.4 に示す。

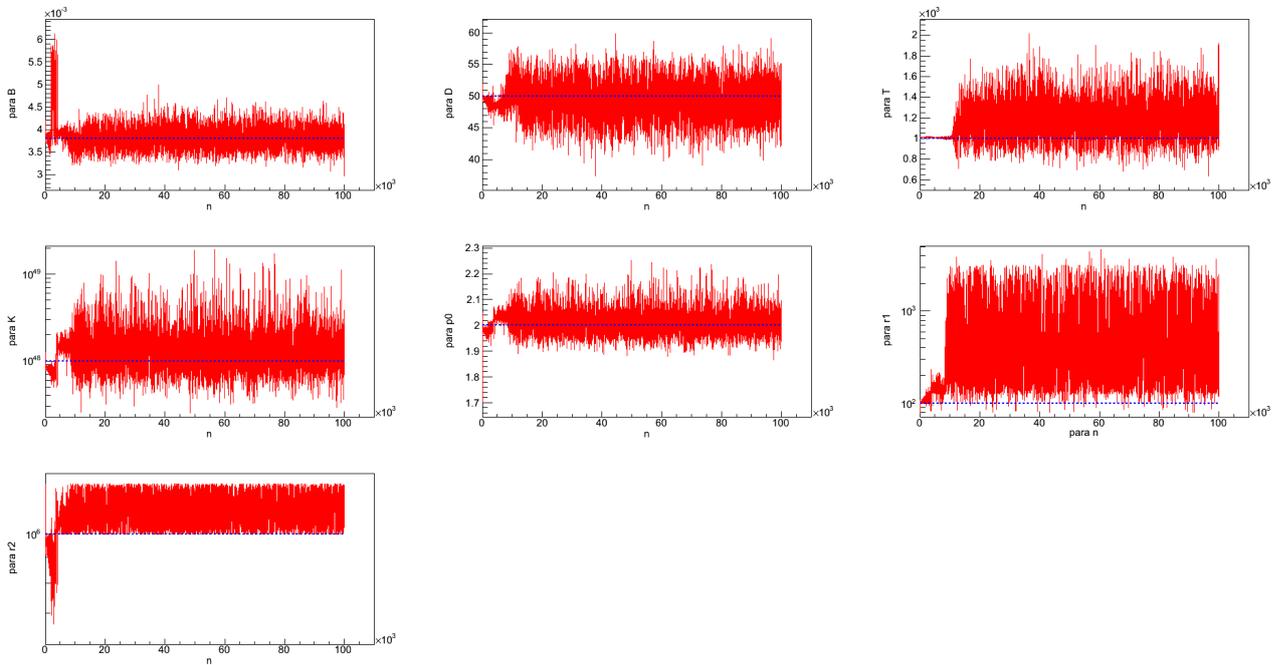


図 4.4: δ_D に事前分布をおいた場合の各パラメータのトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

図 4.2 と比較すると明らかに真値付近での収束が見られる。これは δ_D に制限を設けることで、 B と T との縮退が解けるからだとと思われる。Burn-in の操作を 1 万回まで施した事後分布を図 4.5 に示す。これらの結果から、 δ_D に事前分布を設定することは収束させるために有効であることが分かる。

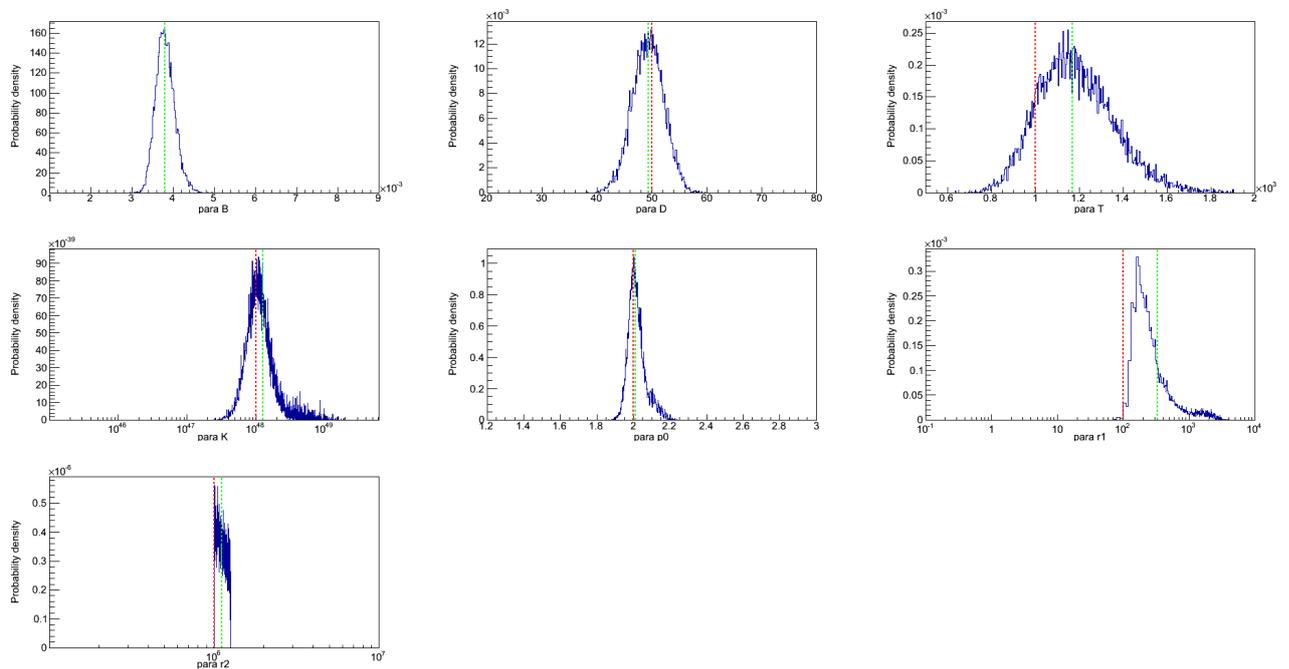


図 4.5: δ_D に事前分布をおいた場合の各パラメータの事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。分布の中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

δ_D に事前分布を置くことで推定したパラメータにより、作成したモデルが図 4.6 である。

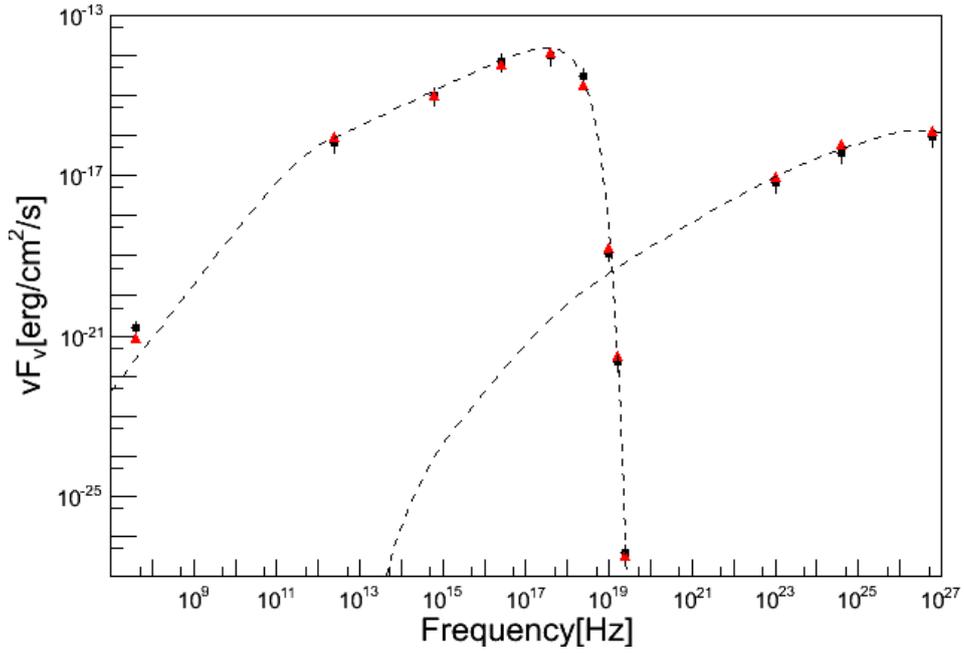


図 4.6: SED の人工データと δ_D に事前分布を置いて MCMC で推定したモデル。赤点がノイズを加える前のデータ、黒点がノイズを加えたデータ、黒点線がモデルである。

次にライトカーブから推定が可能なタイムスケール T に対して、事前分布を置く場合を考える。 T の事前分布は式 (4.3) に示すように、中心値 T_{mean} を 1000、標準偏差 σ_T を 100 とした、 δ_D と同様の正規分布とする。

$$P(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_T^2}} \exp\left(-\frac{(T - T_{\text{mean}})^2}{2\sigma_T^2}\right) \quad (4.3)$$

トレース図を図 4.7 に示す。図 4.7 を見ると、 δ_D と同じく混合し収束していることが分かる。この結果から事後分布を図 4.8 に示す。

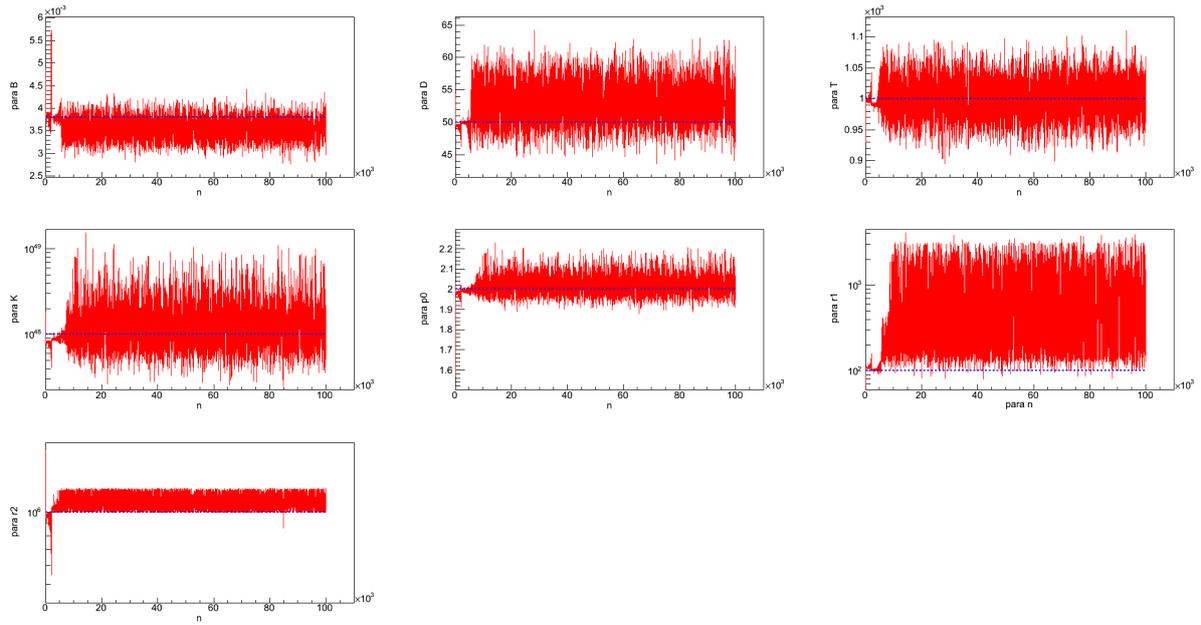


図 4.7: T に事前分布をおいた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

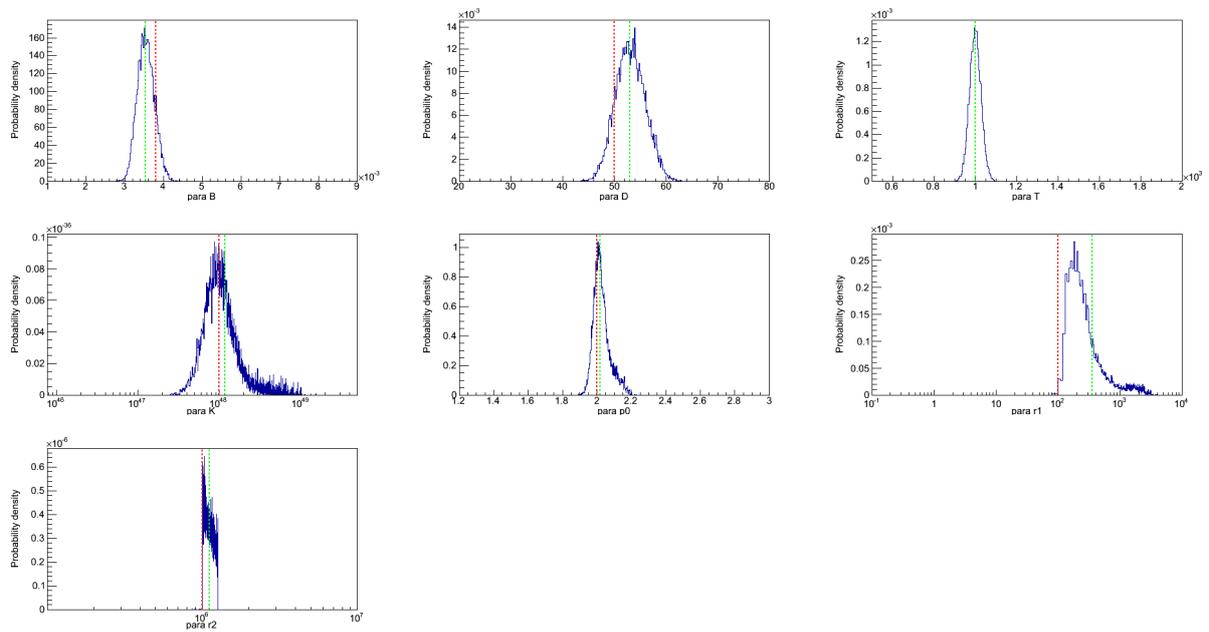


図 4.8: T に事前分布をおいた場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。分布の中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

T に事前分布を置くことで推定したパラメータにより、作成したモデルが図 4.9 である。

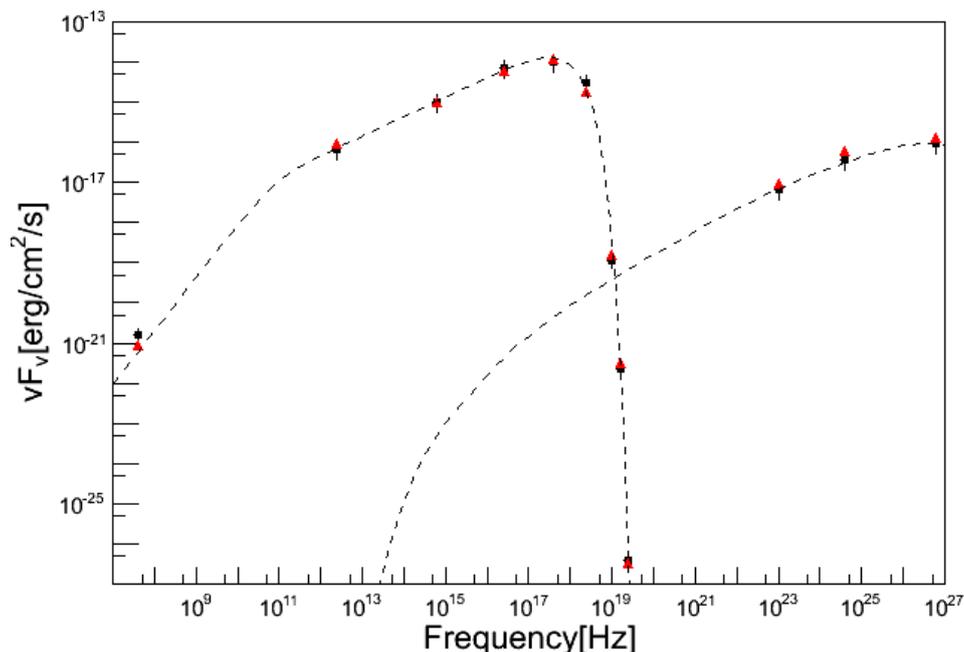


図 4.9: SED の人工データと T に事前分布を置いて MCMC で推定したモデル。赤点がノイズを加える前のデータ、黒点がノイズを加えたデータ、黒点線がモデルである。

パラメータ δ_D と T に事前分布を設定した場合の、それぞれのサンプルの中央値と 99 % 信頼区間を表 4.3 に示す。

パラメータ	中央値 (δ_D に事前分布)	中央値 (T に事前分布)	真値
磁場 : B	0.0038 ± 0.0006	0.0035 ± 0.0006	0.0038
ドップラーファクター : δ_D	49 ± 7	53 ± 7	50
タイムスケール : T	1200 ± 400	1000 ± 90	1000
電子標準因子 : $\log_{10} K$	48.1 ± 0.5	48.1 ± 0.5	48
電子スペクトル因子 : p_0	2.0 ± 0.1	2.0 ± 0.1	2.0
ローレンツ因子 (最小値) : r_1	$3.0 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +4600 \\ -200 \end{smallmatrix}$	$3.0 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +4700 \\ -200 \end{smallmatrix}$	1.0×10^2
ローレンツ因子 (最大値) : r_2	$1.1 \pm 0.2 \times 10^6$	$1.0 \pm 0.2 \times 10^6$	1.0×10^6

表 4.3: δ_D と T に事前分布をおいた場合のパラメータの推定結果

表 4.3 からわかるように、 δ_D と T のどちらに事前分布を設定した場合でも結果は大きく変わらなかった。よって δ_D 、 T に事前分布を設定することは、パラメータ推定に有効であることが分かった。一方で、この実験では r_1 は真値よりも大きい値が推定され、また r_2 の事後分布が滑らかな分布形状になっていないのは予想していなかった結果である。これらについては第 5 章で議論する。

4.1.3 事前分布に対する結果の依存性

前節より観測から予測可能な δ_D または T に対して事前分布を置くことにより、真値付近で混合し収束することが分かった。この結果を受けて、次は事前分布の中心値と標準偏差が結果に及ぼす影響を調べる。

パラメータ δ_D について

δ_D に対する事前分布の標準偏差 σ_{δ_D} を 30 に固定し、中心値の値を変えることで真値が標準偏差内にある場合 ($\delta_{D\text{mean}}=40$) とない場合 ($\delta_{D\text{mean}}=100$) の 2 つについて考える。それらのトレース図を図 4.10 と図 4.11 に示し、それらの事後分布の結果を図 4.12 と図 4.13 に示す。この結果から、 δ_D の真値の確率が低い事前分布を設定した場合 (図 4.11、4.13)、 B と T も真値から大きく異なる値付近で収束することがわかる。また、 p_0 と r_1 には局所解が見られた。

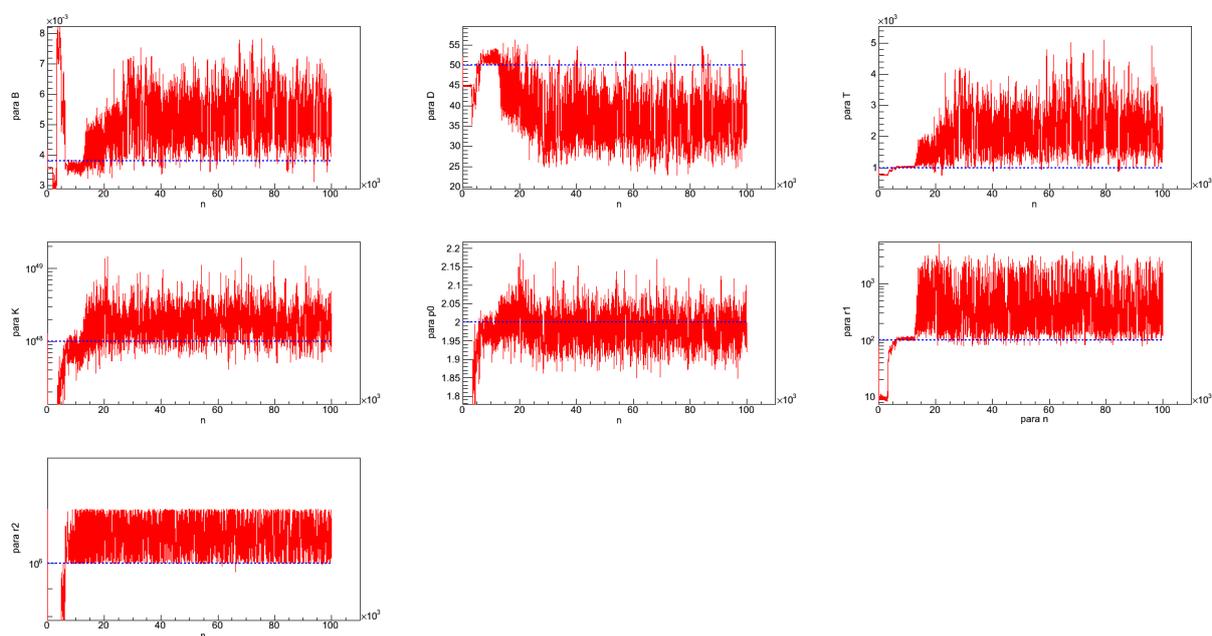


図 4.10: δ_D の事前分布の中心値が 40 の場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

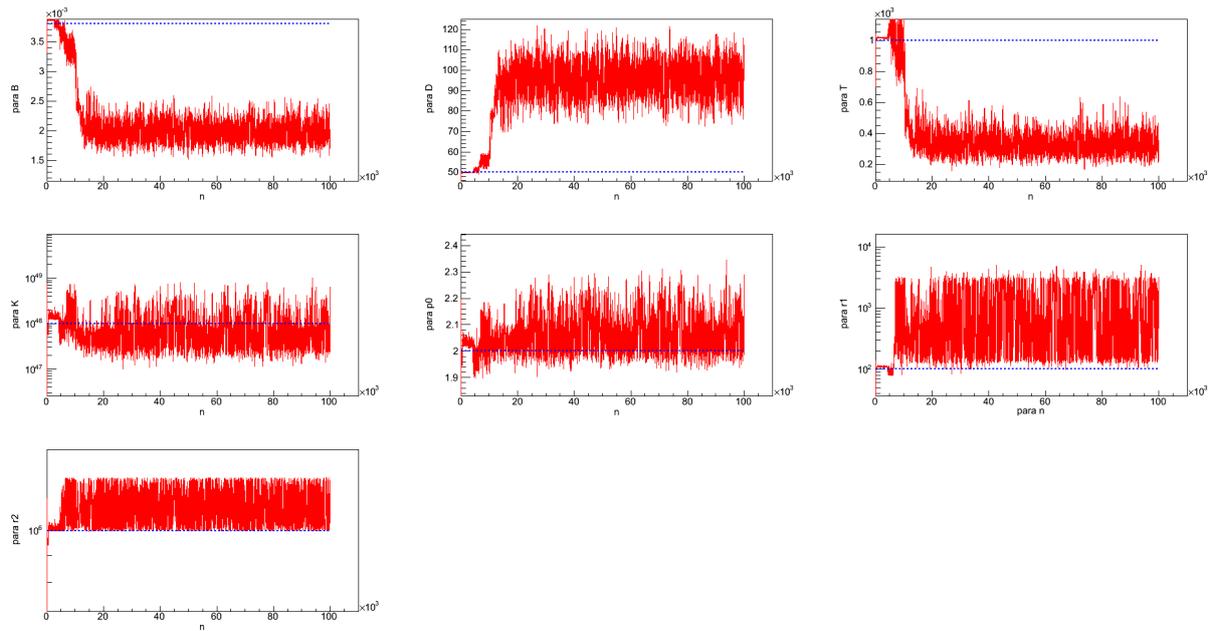


図 4.11: δ_D の事前分布の中心値が 100 の場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

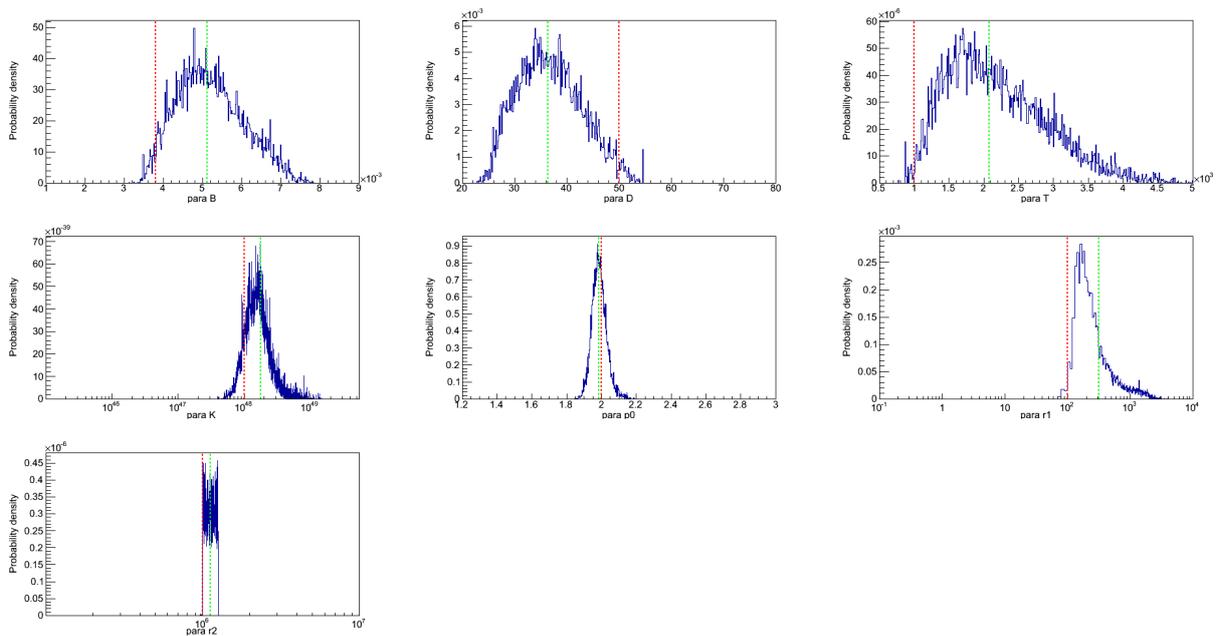


図 4.12: δ_D の事前分布の中心値が 40 の場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

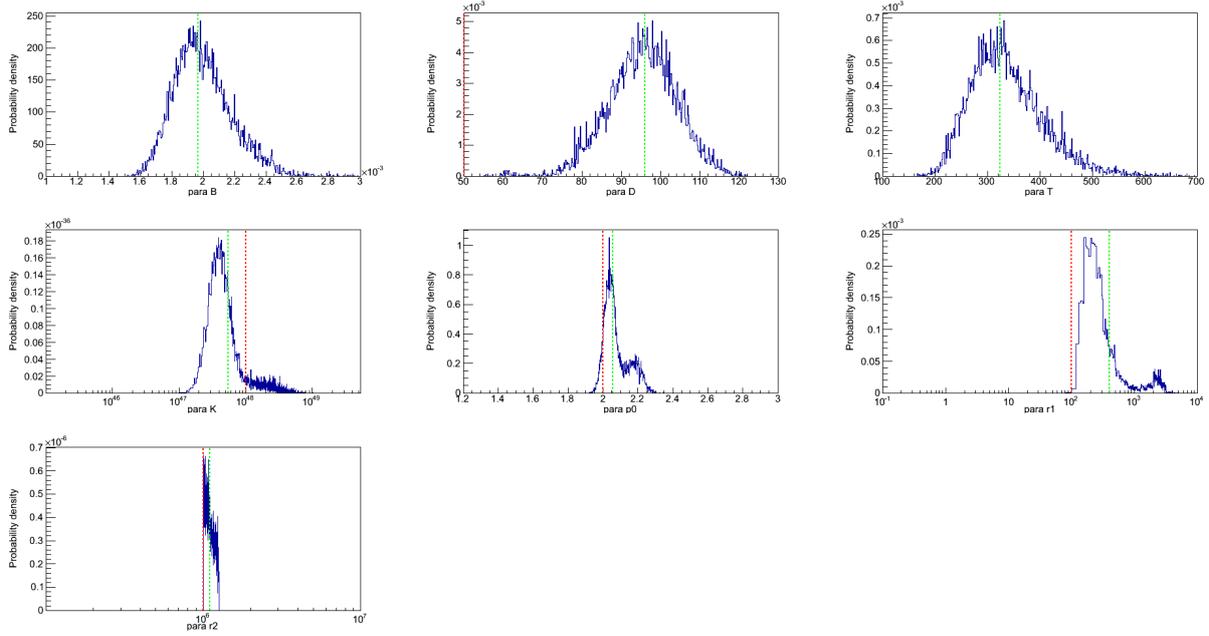


図 4.13: δ_D の事前分布の中心値が 100 の場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

サンプルの中央値と 99 % 信頼区間を表 4.4 に示す。この結果から事前分布の影響はパラメータ B 、 δ_D 、 T に比べ、 K 、 p_0 、 r_1 、 r_2 に対しては小さいと分かった。

パラメータ	中央値 ($\delta_{Dmean}=40$)	中央値 ($\delta_{Dmean}=100$)	真値
磁場 : B	0.005 ± 0.002	0.0020 ± 0.0004	0.0038
ドップラーファクター : δ_D	36 ± 10	100 ± 20	50
タイムスケール : T	2000 ± 1000	300 ± 200	1000
電子標準因子: $\log_{10} K$	48.2 ± 0.6	47.7 ± 0.8	48
電子スペクトル因子: p_0	2.0 ± 0.1	2.0 ± 0.2	2.0
ローレンツ因子 (最小値) : r_1	$3.2 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +3700 \\ -200 \end{smallmatrix}$	$4.1 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +5600 \\ -300 \end{smallmatrix}$	1.0×10^2
ローレンツ因子 (最大値) : r_2	$1.1 \pm 0.1 \times 10^6$	$1.1 \pm 0.1 \times 10^6$	1.0×10^6

表 4.4: δ_D の事前分布の中心値が 40 と 100 の場合のパラメータの推定結果

パラメータ T について

パラメータ T も δ_D と同様に実験を行う。 T の事前分布の正規分布に与える標準偏差 σ_T を 200 に固定し、中心値を $T_{\text{mean}}=900$ にした場合と $T_{\text{mean}}=2000$ にした場合の 2 つを考えた。それぞれのトレース図を図 4.14、図 4.15 に示す。これらの事後分布の結果を図 4.16 と図 4.17 に、サンプルの中央値と 99% 信頼区間は表 4.5 に示す。この結果から、 δ_D の場合と同様に、 T の真値の確率が低い事前分布を設定した場合 (図 4.15、4.17)、 B と δ_D も真値から大きく異なる値付近で収束することが分かる。よってパラメータ B 、 δ_D 、 T は、 T の事前分布に強く影響を受けているといえる。

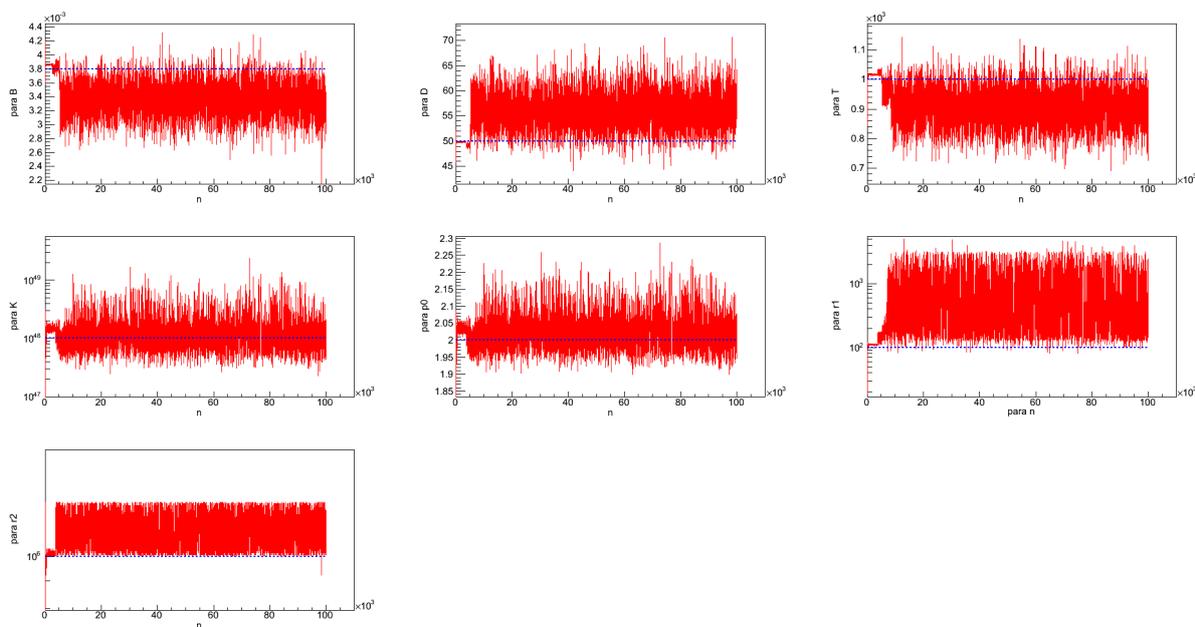


図 4.14: T の事前分布の中心値が 900 の場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

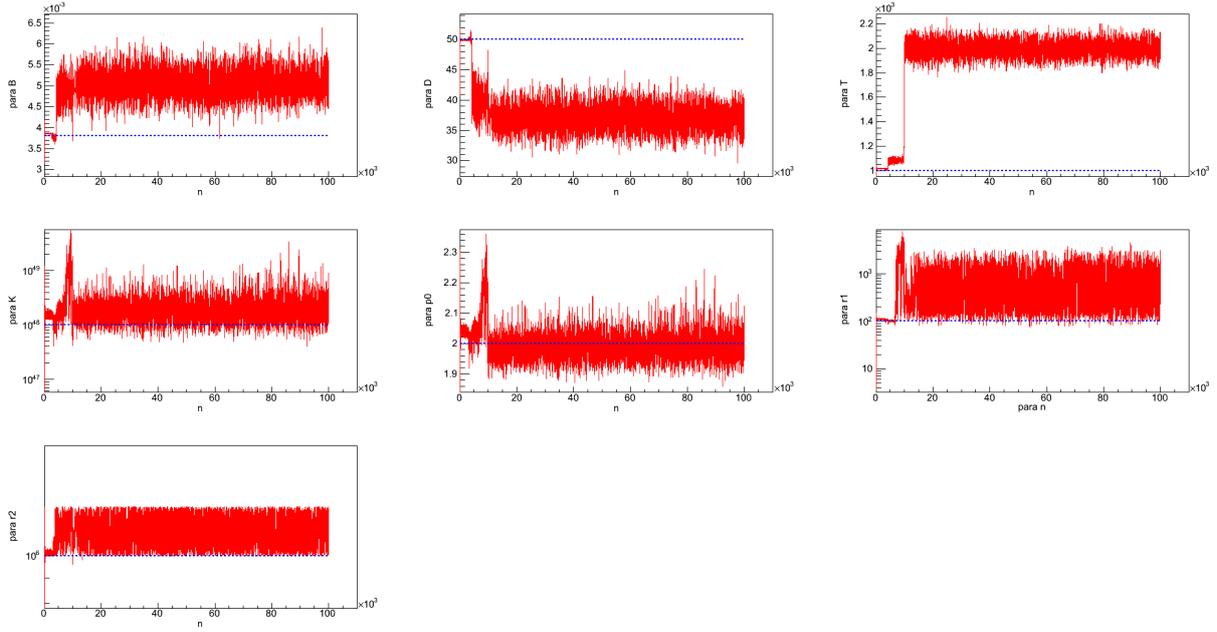


図 4.15: T の事前分布の中心値が 2000 の場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

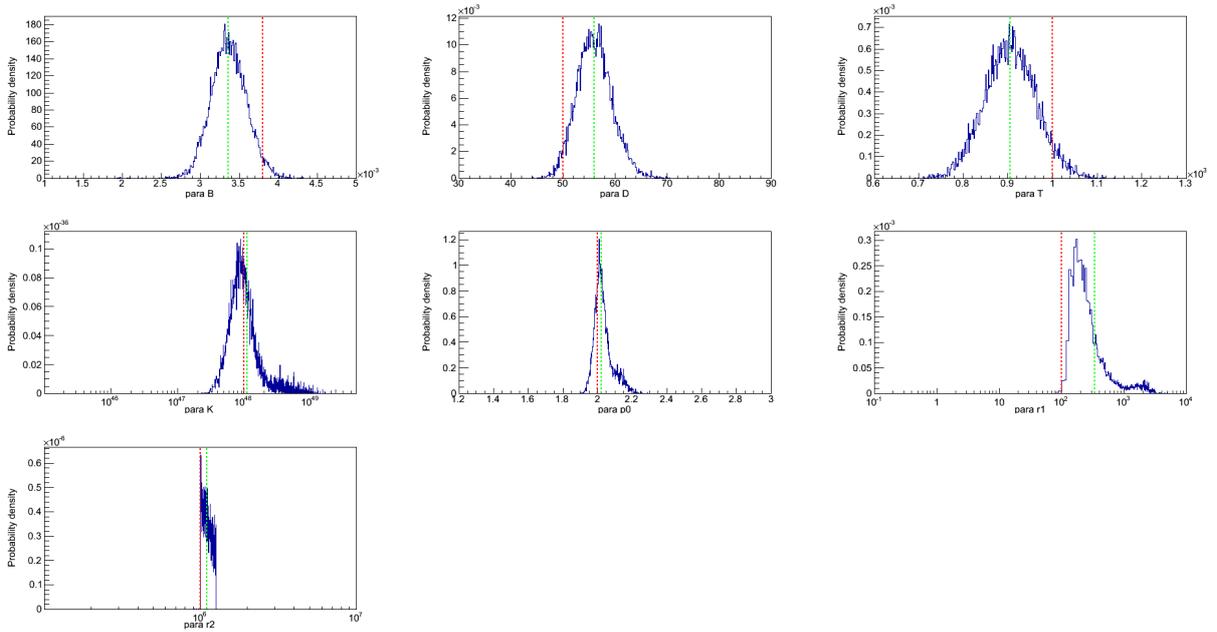


図 4.16: T の事前分布の中心値が 900 の場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

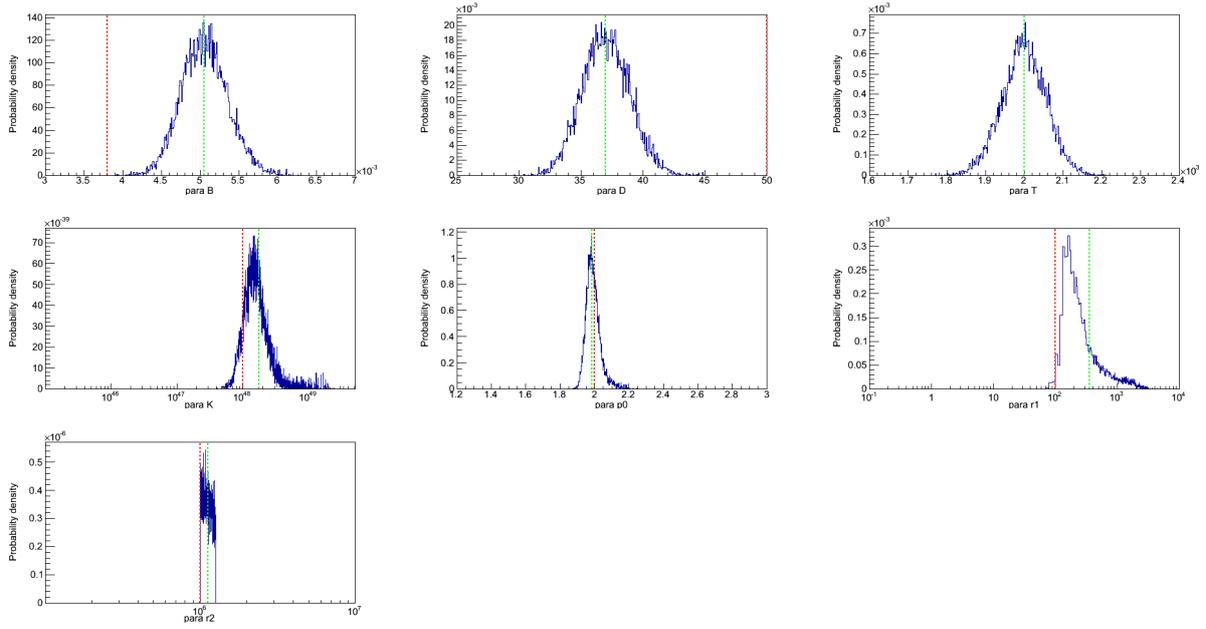


図 4.17: T の事前分布の中心値が 2000 の場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

パラメータ	中央値 ($T_{mean}=900$)	中央値 ($T_{mean}=2000$)	真値
磁場: B	0.0034 ± 0.0006	0.0050 ± 0.0009	0.0038
ドップラーファクター: δ_D	56 ± 9	37 ± 5	50
タイムスケール: T	900 ± 200	2000 ± 200	1000
電子標準因子: $\log_{10} K$	48.0 ± 0.5	48.3 ± 0.4	48
電子スペクトル因子: p_0	2.0 ± 0.2	2.0 ± 0.1	2.0
ローレンツ因子 (最小値): r_1	$3.4 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +5700 \\ -300 \end{smallmatrix}$	$3.5 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +7000 \\ -300 \end{smallmatrix}$	1.0×10^2
ローレンツ因子 (最大値): r_2	$1.1 \pm 0.2 \times 10^6$	$1.1 \pm 0.2 \times 10^6$	1.0×10^6

表 4.5: T の事前分布の中心値が 900 と 2000 の場合のパラメータの推定結果

以上の実験の結果から、 δ_D もしくは T に事前分布を設定することで MCMC は収束するが、その他のパラメータの内 B 、 δ_D 、 T の推定値は仮定する事前分布に強く依存することがわかった。一方で、 K 、 p_0 、 r_1 、 r_2 の推定値は仮定する事前分布の影響を受けない。これは、 B 、 δ_D 、 T 、 K が SED の絶対値に関わるパラメータであるのに対し、 p_0 、 r_1 、 r_2 が SED の形状に関わるパラメータであり、SED の形状を推定するのに十分なデータがある場合には、これらのグループ毎に独立しているためと考えられる。 K は SED の絶対値に関わるパラメータであるが、 δ_D 、 T との相関が小さいために影響が小さかったと考えられる。実際の天体データを解析する際には、 δ_D もしくは T に信頼できる推定値と測定誤差が利用できる場合は、それらの値から事前分布を設定することで他のパラメータの推定ができる。しかしそうでない場合は、推定結果が仮定する事前分布の中心値に依存するため、注意が必要である。

4.1.4 初期値依存性実験

次に MCMC を実行する上での初期値依存性を調査する。上述での実験では初期値は真値から 10—20 % 程度離して与えていたが、今回は 30—50 % 程度離して与える。事前分布は T に対して 4.1.2 節と同じものを使用した。与えた初期値を表 4.6 に、結果を図 4.18 に示す。

パラメータ	値
磁場 : B	0.006
ドップラー因子 : δ_D	30
タイムスケール : T	600
電子標準因子の対数值 : $\log_{10} K$	53
電子スペクトル因子 : p_0	1.0
ローレンツ因子 (最小値) : $\log_{10} r_1$	4.0
ローレンツ因子 (最大値) : $\log_{10} r_2$	5.0

表 4.6: 初期値依存性実験に与えた初期値

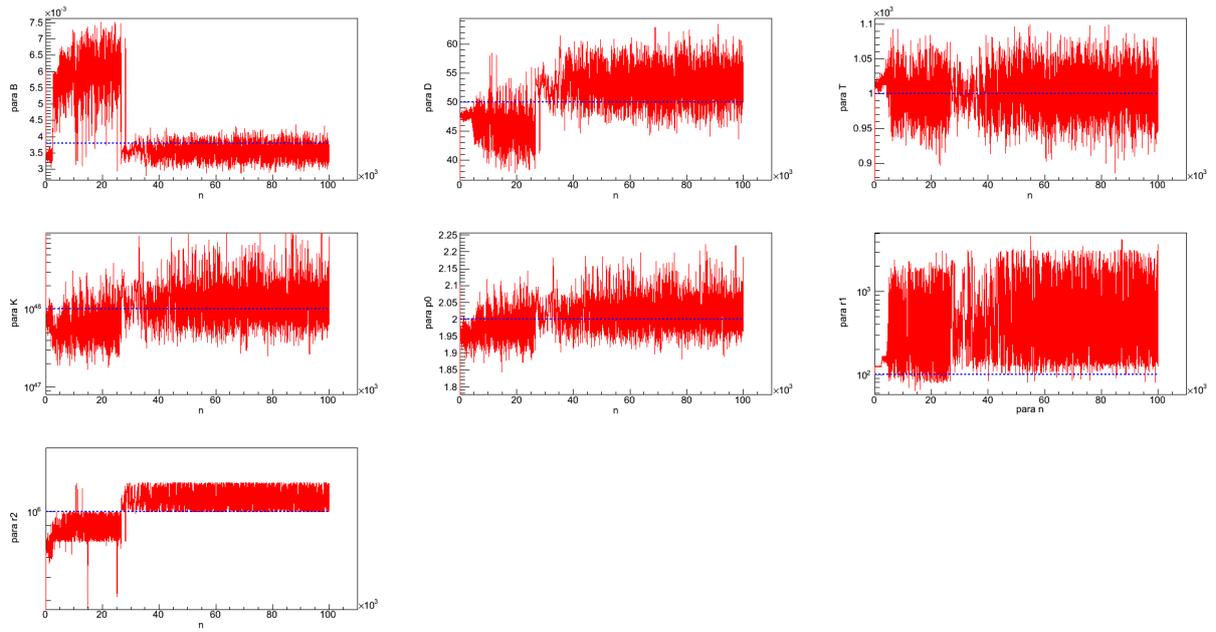


図 4.18: T の事前分布を置いた場合の初期値依存性実験のトレース図 (初期値に表 4.6 の値を与えた場合)。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

図 4.18 から混合は見られるものの局所解が見られ、真値で収束するまでに時間を要していることが分かる。この結果を受けて作成した事後分布を図 4.19 に示す。

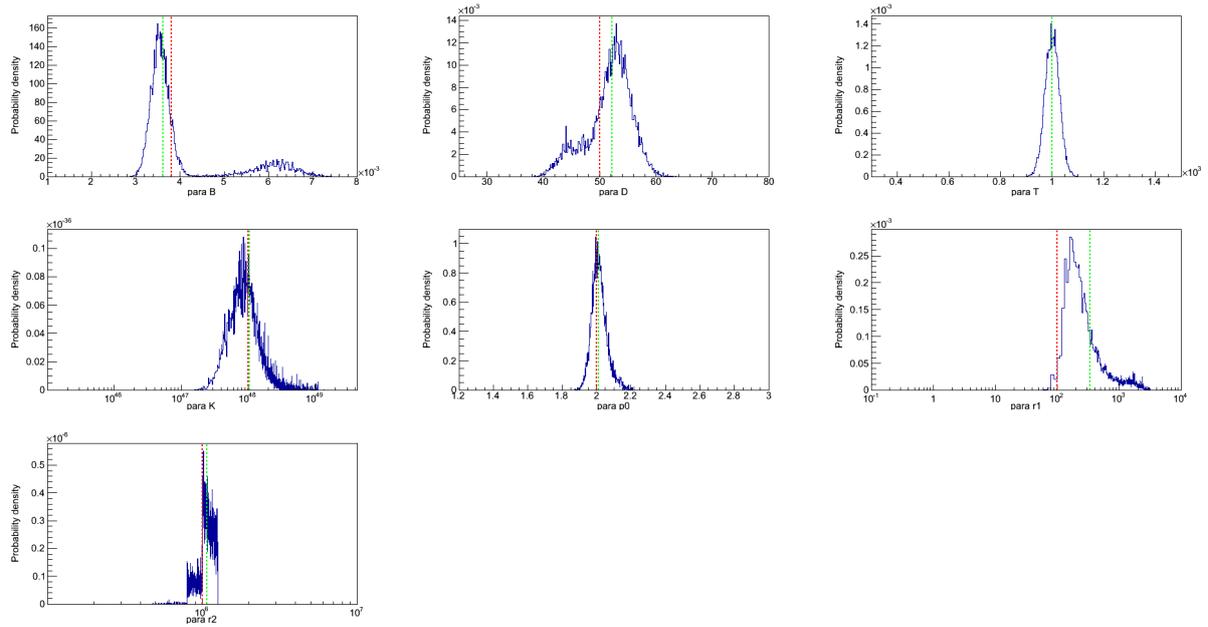


図 4.19: T に事前分布を置いた場合の初期値依存性実験の事後分布 (初期値に表 4.6 の値を与えた場合)。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

この結果から真値から離れたところに初期値を設定すると、局所解に捕らわれてしまうことが分かる。この原因は無視できない確率の局所解が存在するか、もしくは、確率は無視できるほど低い初期値に依存して現れることがあるものと考えられる。よってこれを検証するために、局所解が明確に見られたパラメータ B に注目し、初期値設定を変えることで再度実験を行う。上述の実験では B の初期値を真値より大きい値で与えていたが、次は小さい値に設定する。他のパラメータの初期値は変更しない。与えた初期値を表 4.7 に、トレース図を図 4.20 に示す。

パラメータ	値
磁場 : B	0.001
ドップラー因子 : δ_D	30
タイムスケール : T	600
電子標準因子の対数值 : $\log_{10} K$	53
電子スペクトル因子 : p_0	1.0
ローレンツ因子 (最小値) : $\log_{10} r_1$	4.0
ローレンツ因子 (最大値) : $\log_{10} r_2$	5.0

表 4.7: 初期値依存性実験に与えた初期値

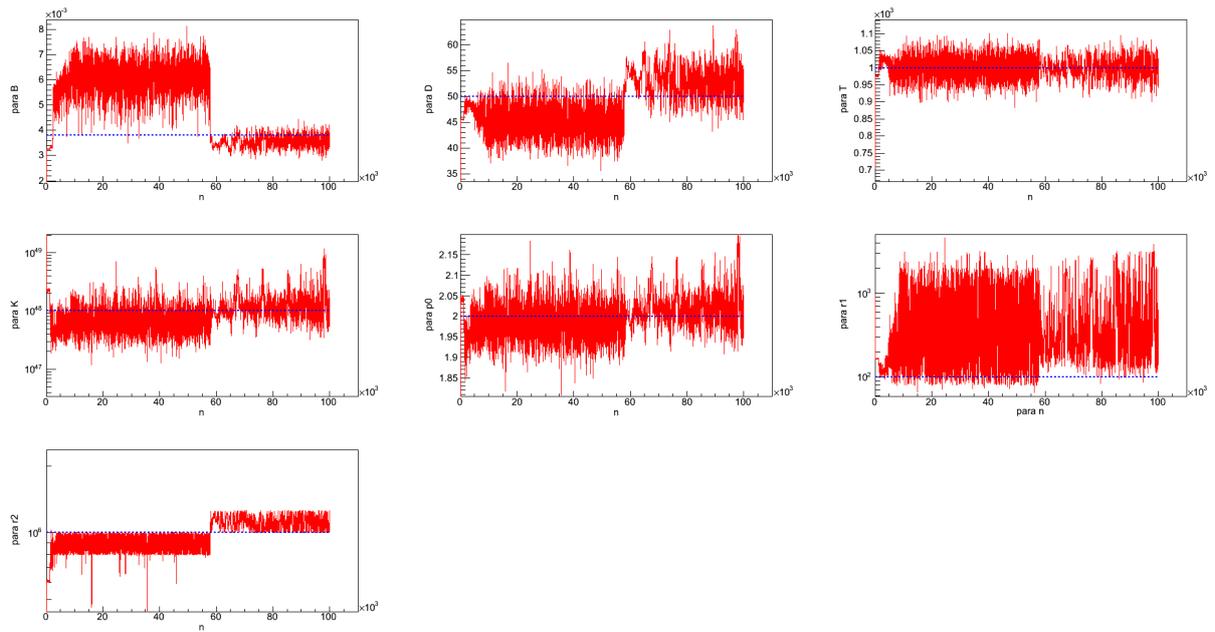


図 4.20: T の事前分布を置いた場合の初期値依存性実験のトレース図 (初期値に表 4.7 の値を与えた場合)。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

図 4.18 と 4.20 の B のトレース図を比較すると、初期値とは関係なく同じ局所解に捕らわれることが分かる。図 4.21 に事後分布を示す。

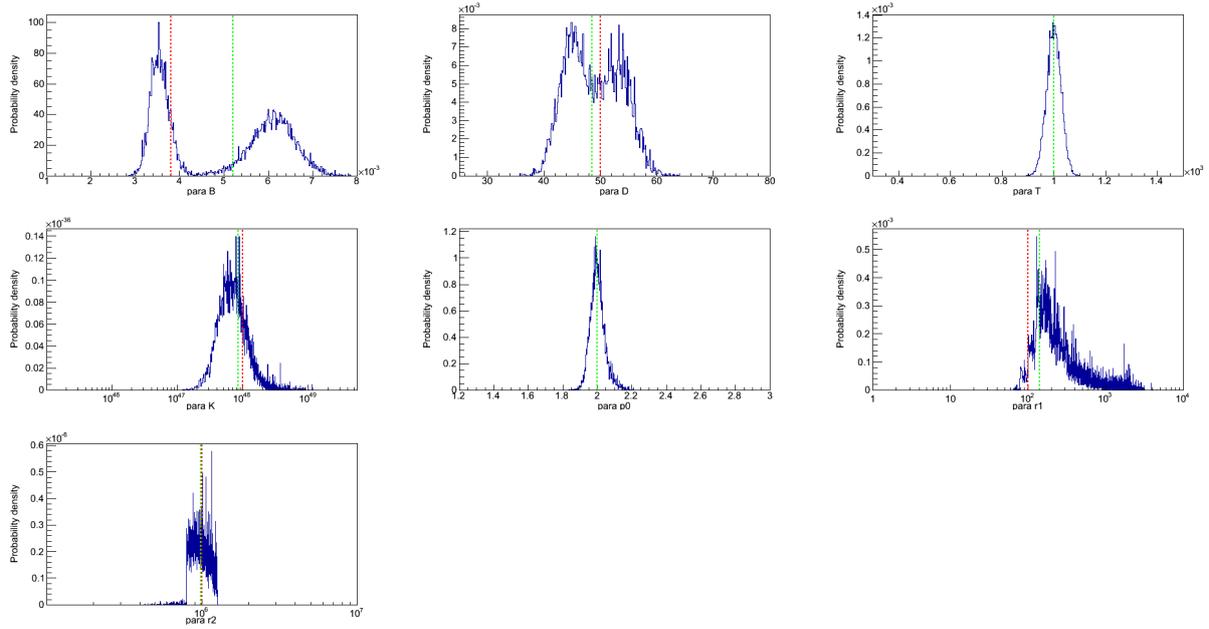


図 4.21: T に事前分布を置いた場合の初期値依存性実験の事後分布 (初期値に表 4.7 の値を与えた場合)。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

事後分布から、明らかに B と δ_D に局所解が見られ、トレース図からは K, r_2 にも局所解があることがわかる。これらの結果から、無視できない確率をもつ局所解が存在することが示唆される。またこの人工データでは初期値の与え方によらず、同じ局所解が存在することが分かった。

4.1.5 人工データのノイズを大きく与えた場合の実験

これまで扱ってきた人工データは、ノイズをモデル SED 値に対して 50% の標準偏差である正規乱数を加えて作成していた。そこで次は誤差の大きい実際の観測データを想定し、図 4.22 に示すような 80% の標準偏差の正規乱数でノイズを与えたデータで実験を行う。事前分布は T にこれまでと同じ条件で与えることにする。収束が確認できたため、図 4.23 に事後分布を、表 4.8 にサンプルの中央値と 99% 信頼区間を示す。表 4.8 には 4.1.2 節で扱ったノイズ 50% の結果も併記している。

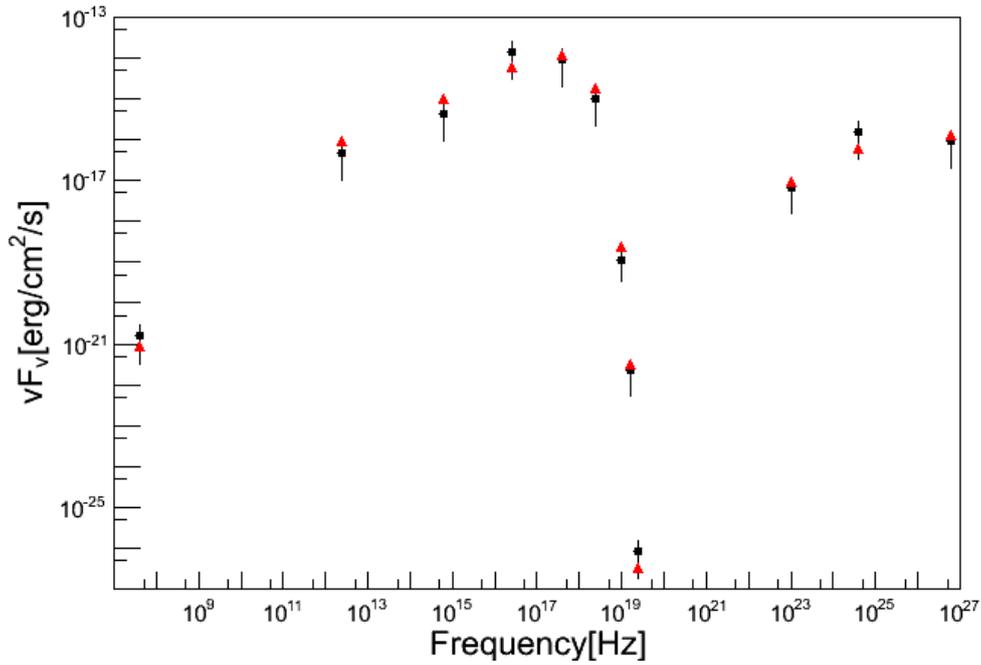


図 4.22: y 軸方向に値の 80 % の標準偏差の正規乱数でノイズを与えた場合の SED の人工データ。赤点がノイズを加える前のデータ、黒点がノイズを加えたデータである。

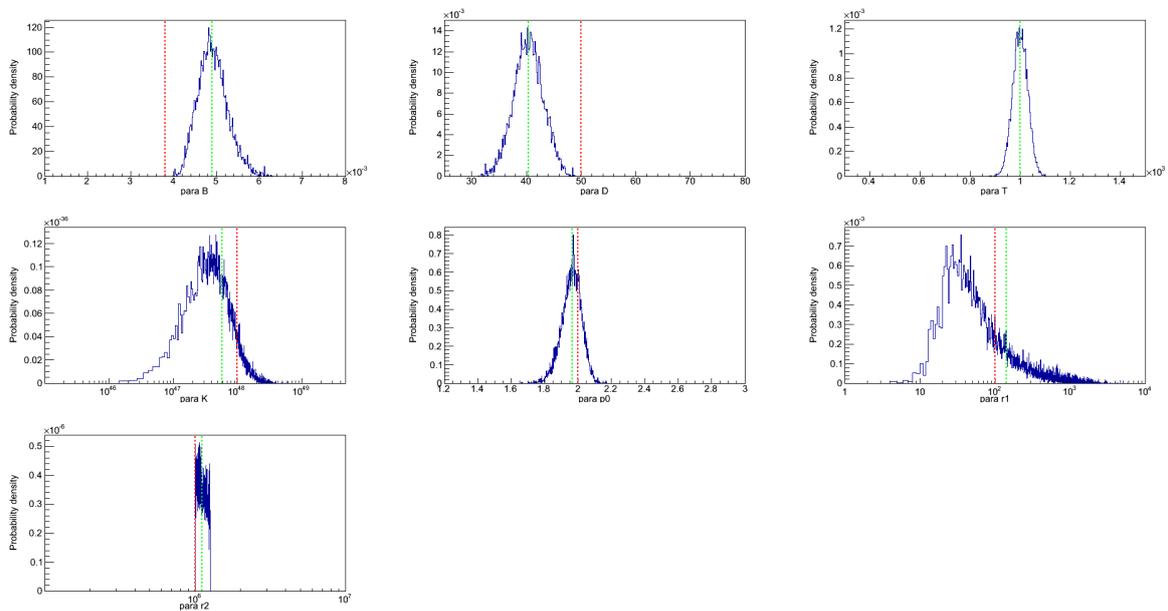


図 4.23: 図 4.22 のモデル SED での事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に緑線を、真値に赤線を引いている。

パラメータ	中央値 (ノイズ 80%)	中央値 (ノイズ 50%)	真値
磁場 : B	0.0050 ± 0.0009	0.0035 ± 0.0006	0.0038
ドップラーファクター : δ_D	40 ± 8	53 ± 7	50
タイムスケール : T	1000 ± 100	1000 ± 90	1000
電子標準因子 : $\log_{10} K$	47.5 ± 0.8	48.1 ± 0.5	48
電子スペクトル因子 : p_0	2.0 ± 0.2	2.0 ± 0.1	2.0
ローレンツ因子 (最小値) : r_1	$1.4 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +10000 \\ -20 \end{smallmatrix}$	$3.0 \times 10^2 \begin{smallmatrix} +4700 \\ -200 \end{smallmatrix}$	1.0×10^2
ローレンツ因子 (最大値) : r_2	$1.1 \pm 0.2 \times 10^6$	$1.0 \pm 0.2 \times 10^6$	1.0×10^6

表 4.8: 図 4.22 のモデル SED のパラメータの推定結果。4.1.2 節の結果も併記している。

この結果からノイズが 80%程度であれば、収束しパラメータ推定は可能であることが分かる。図 4.23 からわかるように B と δ_D の分布が真値付近で確率が小さくなっているが、これは実験で扱っているデータ数が少ないため、人工的に加えた測定誤差に強く影響を受けているのだと考えられる。詳しくは 5 章で議論する。また、ノイズが 50%の人工データで実験した場合の信頼区間と比較すると、全てのパラメータにおいて同程度か大きい値になっている。データに加えるノイズが大きければ、推定するパラメータの不定性も大きくなるということが分かった。

4.1.6 低周波数側と高周波数側のデータの必要性検証実験

実際の天体の SED データは低周波数側、高周波数側では天体からの光量が少なく観測できない場合があり、その SED のデータが無いことがある。そこで SED のパラメータの推定において、シンクロトロン放射の低周波数側、高周波数側データの有無に対する依存性を調べる。この実験では人工データである図 4.1 のシンクロトロン成分の低周波数側の 1 点を除いた場合と、高周波数側の 3 点を除いた場合での実験を行った。

低周波数側のデータを除いた場合

シンクロトロン成分の低周波数側の 1 点を除いた人工データの SED で、MCMC によりパラメータ推定を行うと図 4.24 の結果が得られた。これは 4.1.2 節と同じ条件で T に事前分布を設定している。

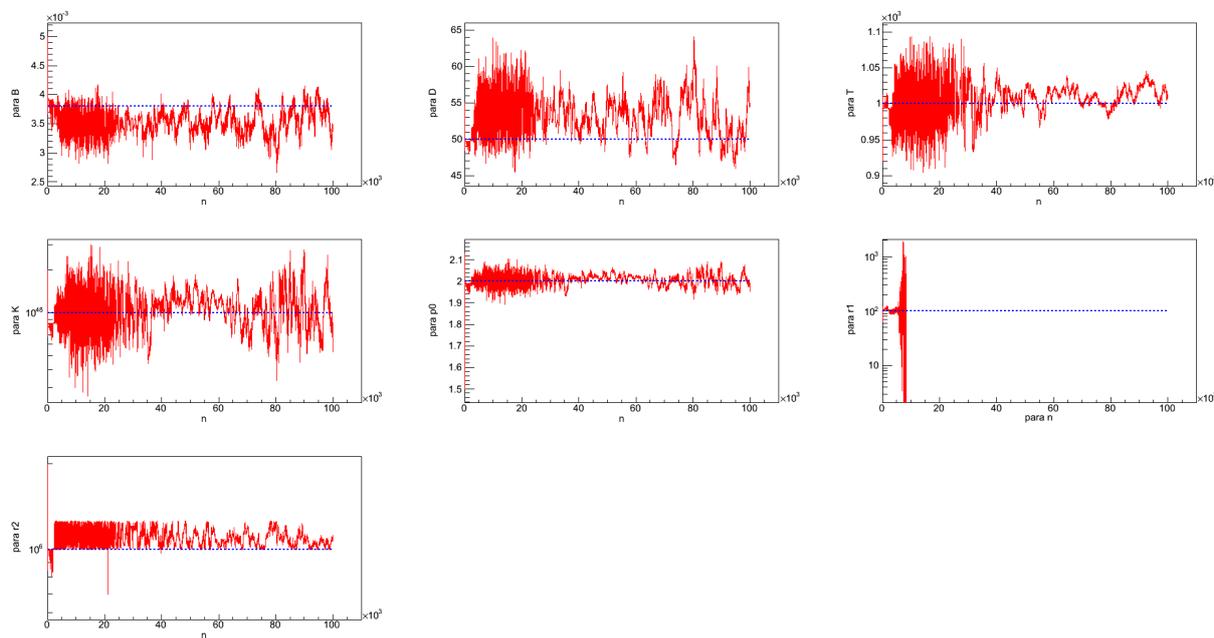


図 4.24: 低周波数側の 1 点を除いた人工データでのトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

この結果から低周波数側のデータが無ければ、ローレンツ因子の最小値 r_1 が決まらず、また他のパラメータも収束しないことが分かる。

高周波数側のデータを除いた場合

次にシンクロトン成分の高周波数側の3点を無くした人工データのSEDで、MCMCによりパラメータ推定を行った。このトレース図を図4.25に示す。4.1.2節と同じ条件で T に事前分布を設定している。

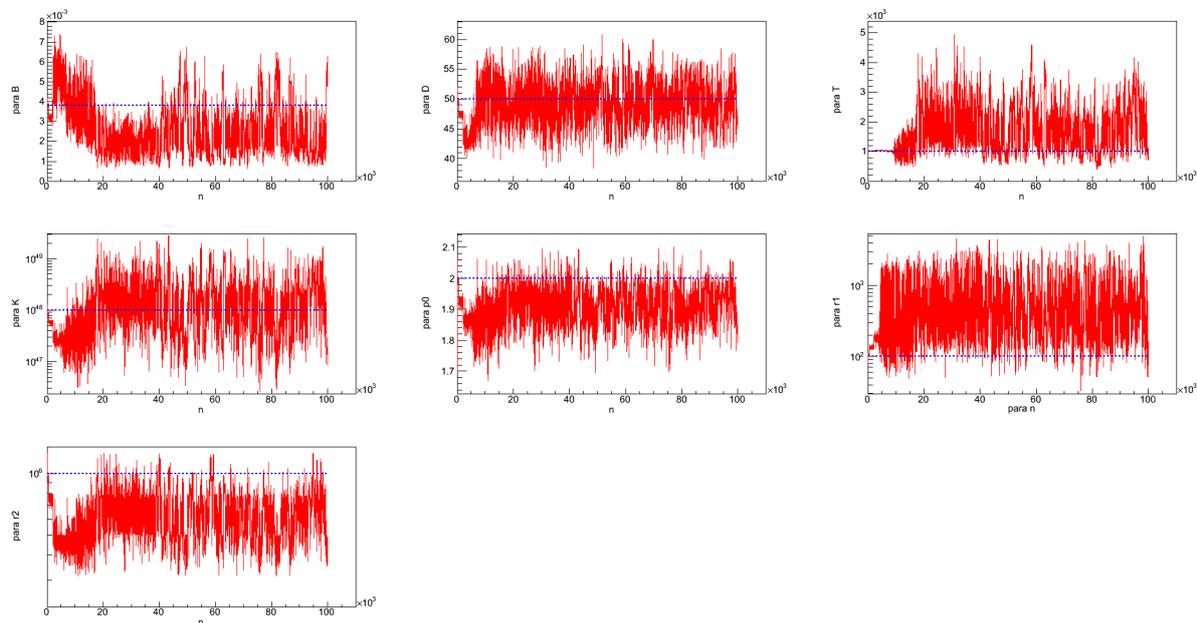


図4.25: 高周波数側の3点を除いた人工データでのトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

この結果も収束性が悪く、高周波数側の点もパラメータ推定に影響していることが分かる。高周波数側の点が不足している状況は実際の天体によく見られるため、 T だけではなく δ_D にも事前分布を設定して収束性を調べる。この結果のトレース図を図4.26に示す。

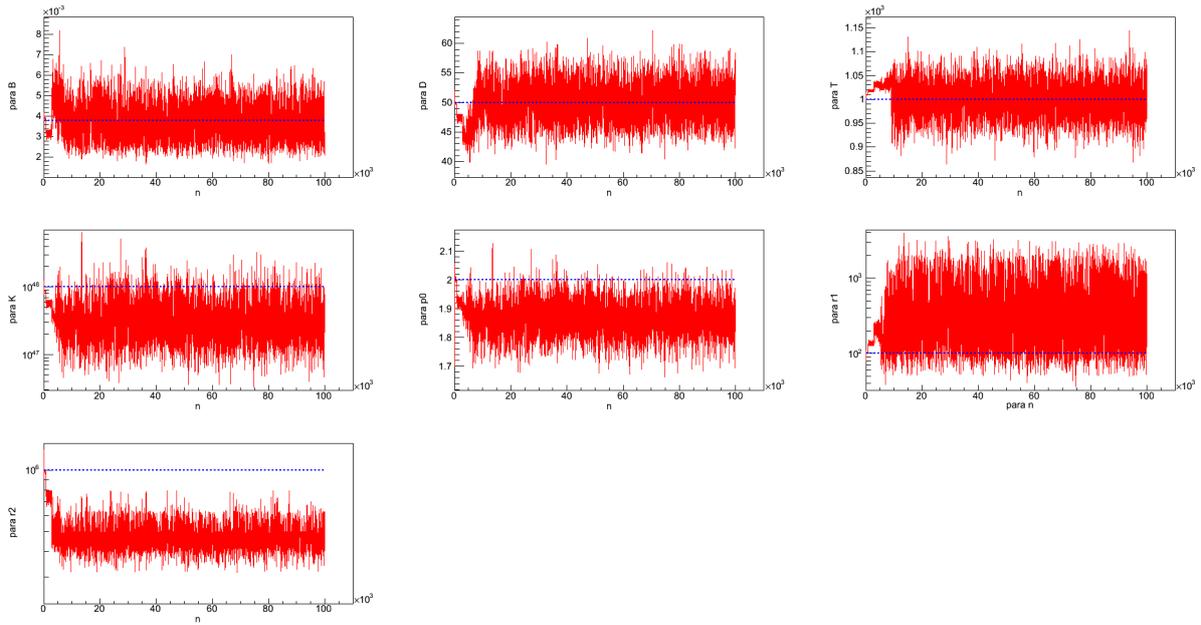


図 4.26: 高周波数側の 3 点を除いた人工データでのトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。真値に青線を引いている。

図 4.25 と比較すると図 4.26 では収束性が改善されていることが分かる。この結果から 2 つのパラメータに事前分布を設定することができれば、高周波数のデータが不足していても推定可能になることが示唆された。これらの実験から低周波数、高周波数側の点が SED のモデルパラメータを決める上で重要であるということが分かった。

以上 4.1 節で述べた人工データを使った実験結果から、パラメータ δ_D 及び T に事前分布を置くことが、SED のモデルパラメータ推定に適した条件であるといえる。また、 B 、 δ_D 、 T の推定結果は事前分布に強く影響を受けること、低周波数側、高周波数側が観測されているかどうかパラメータ推定に重要だということが分かった。これらのことを考慮し、次節では Mrk 421 の実データに対して MCMC を適用する。

4.2 ブレーザー Mrk 421 の SED モデルパラメータの推定

4.1 節での人工データで作成した SED による実験から、パラメータ δ_D や T に事前分布を設定することが有効であることがわかった。その結果を受けて本節では実際にブレーザー Mrk 421 の SED パラメータを MCMC で推定する。Mrk 421 は可視光や X 線で明るいブレーザーとして有名な天体で、その SED は SSC モデルでよく説明されることが以前から知られている。[12] そのため、本研究の対象として最適な天体の 1 つである。本研究で使用する SED データは、第 2 章で述べた Swift/XRT、Fermi/LAT のデータに加えて、可視光、紫外線のデータを加えている。可視光のデータは広島大学宇宙科学センター附属東広島天文台の光学赤外線望遠鏡「かなた」の観測データであり、紫外線データは第 2 章 2.1 節で紹介した Swift/UVOT の観測データである。いずれも先行研究である Itoh, et al. (2015) で報告されたデータである。[7] 使用するデータの期間は図 4.27 に示す XRT のライトカーブから分かるように、X 線で暗い時期 (MJD 55230) と明るい時期 (MJD 55252) とした。

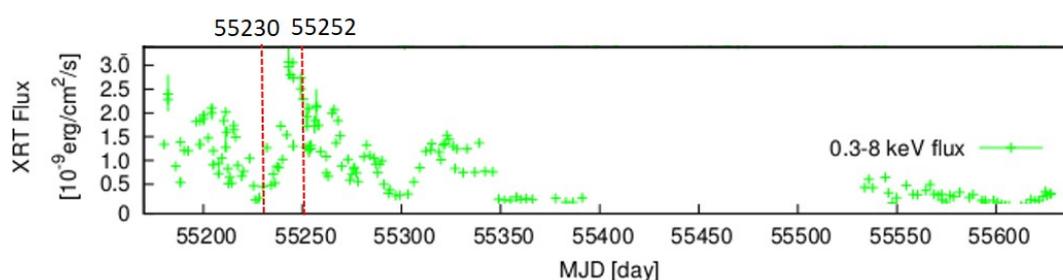


図 4.27: Mrk 421 の XRT ライトカーブ。横軸は時間 (修正ユリウス日)、縦軸は X 線フラックスである。 [7]

まず 4.2.1 節では先行研究の検証を行うため、先行研究で使用されたデータのみを用いて推定を行う。先行研究のデータのガンマ線データは解析データではなく、Fermi 衛星の 2FGL カタログ値 [27] のデータである。このカタログデータは MJD 55230 及び 55252 付近の測定値ではなく、時間に対して変化しないことを仮定して長期間の平均値を用いている。そのため 4.2.2 節では本研究で実際に解析を行った Fermi 衛星データを加えることでパラメータ推定を行う。

4.2.1 先行研究データを用いたパラメータ推定

先行研究では B 、 δ_D 、 T を固定して、他のパラメータの推定を行っていた。そこで本研究では値を固定せず、 δ_D 、 T に事前分布を仮定して解の推定を試みる。MJD 55230 と MJD 55252 のデータが図 4.28 と図 4.29 である。

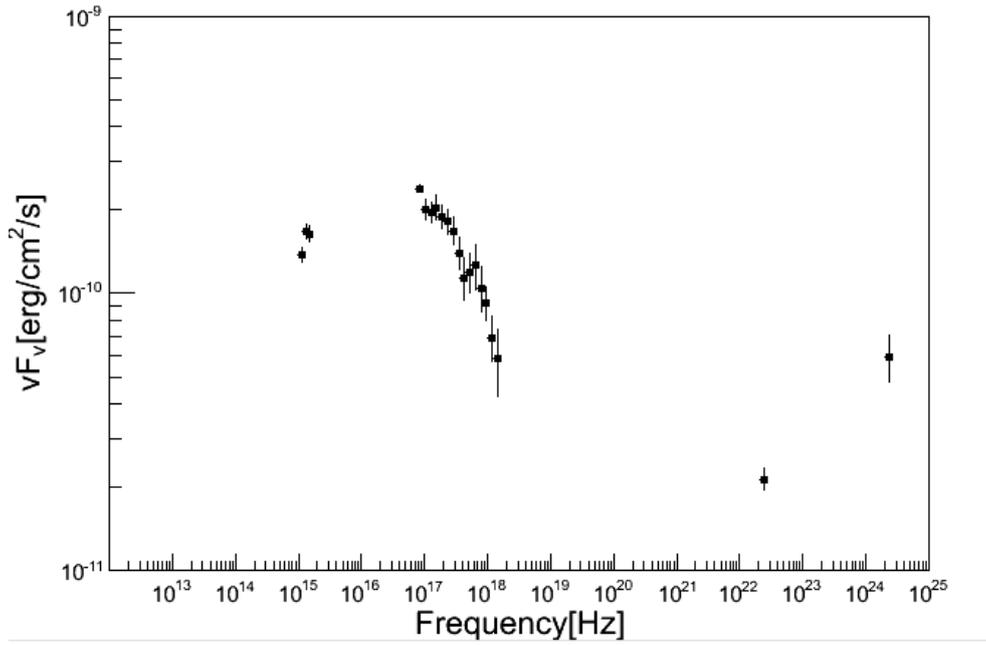


図 4.28: MJD 55230 の先行研究の SED

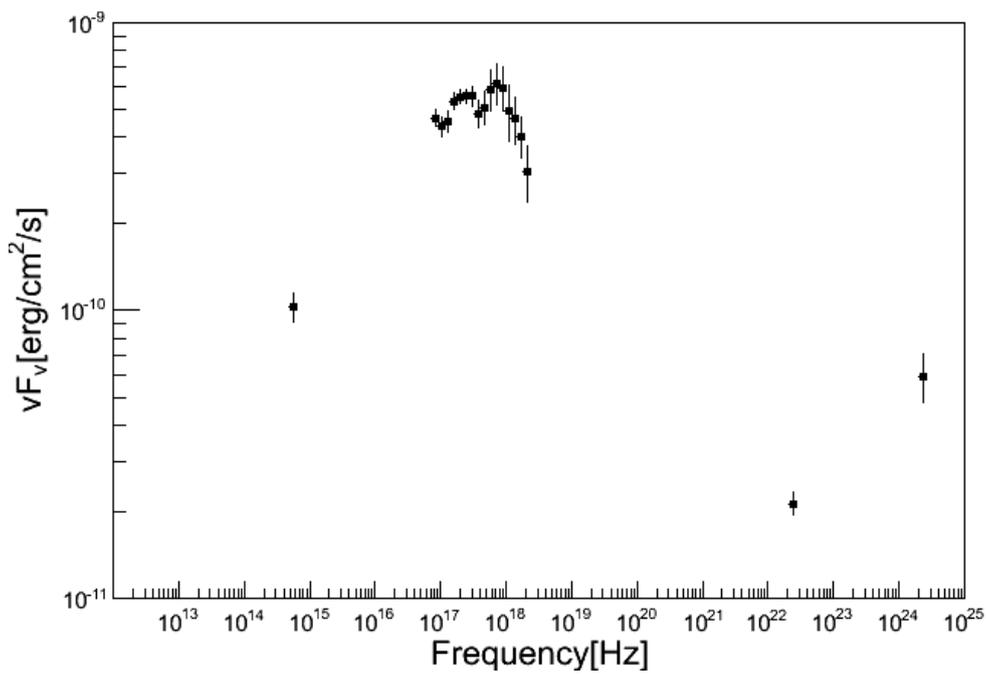


図 4.29: MJD 55252 の先行研究の SED

人工データによる実験から、パラメータ δ_D または T に事前分布を設定した場合、収束しパラメータ推定が可能になるということが分かった。よって、実際の Mrk 421 のデータにおいても δ_D 、 T に事前分布を置くことで実験を行う。まず δ_D に事前分布を設定する。事前分布は式 (4.2) を使用し、先行研究で固定していた値の $\delta_D = 21$ を中心値 $\delta_{D\text{mean}}$ とした。標準偏差 σ_{δ_D} は、典型的なブレーザーの $\delta_D = 10\text{--}30$ を考慮して 10 とした。[28] この条件で各時期に対し、10 万ステップまで実験した結果のトレース図を図 4.30、4.31 に示す。

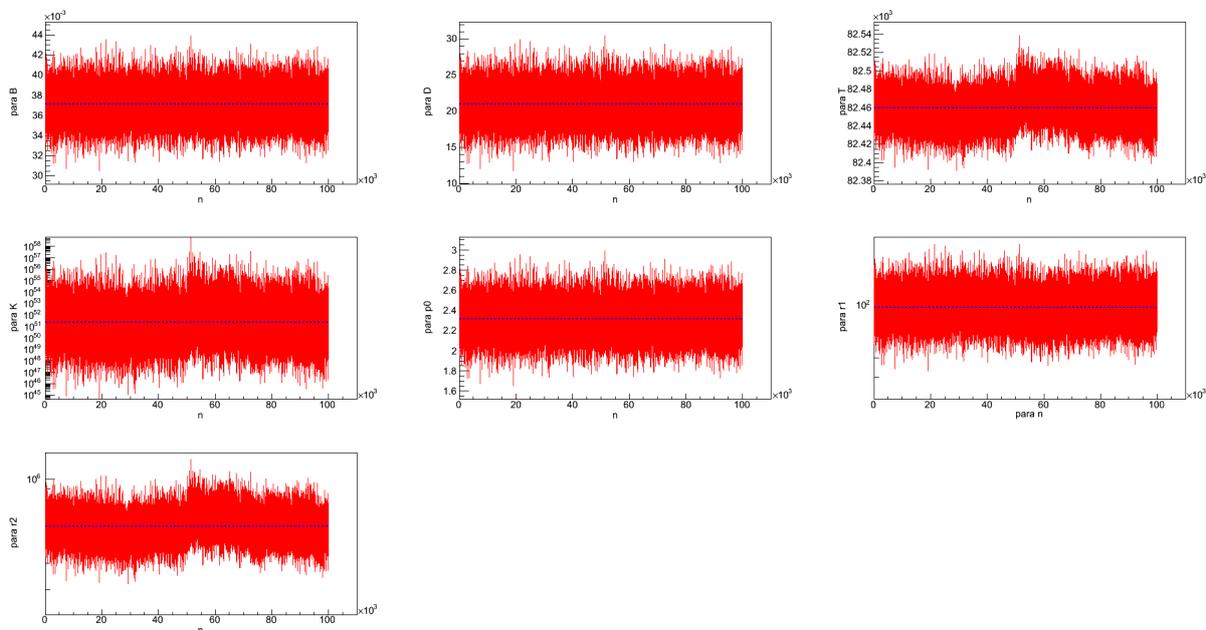


図 4.30: MJD 55230 の δ_D に事前分布を置いた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。中央値に青線を引いている。

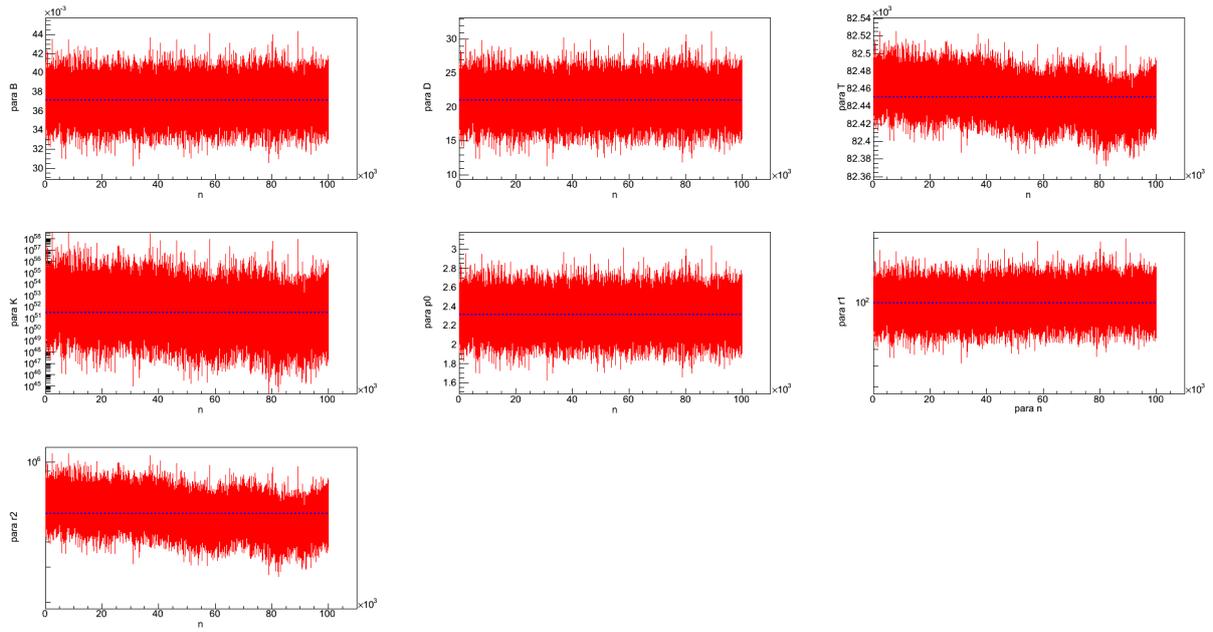


図 4.31: MJD 55252 の δ_D に事前分布を置いた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。中央値に青線を引いている。

これらの結果を見ると特に MJD 55252 のデータ結果において、いくつかのパラメータで単調に変化する傾向が見られ、定常的な確率分布に収束していないことがわかる。

次に T に事前分布を設定した場合の実験を行った。事前分布は式 (4.3) を使用し、先行研究から $T = 82540$ を中心値 T_{mean} とし、標準偏差 σ_T は 100 とした。結果のトレース図を図 4.32 と図 4.33 に示す。

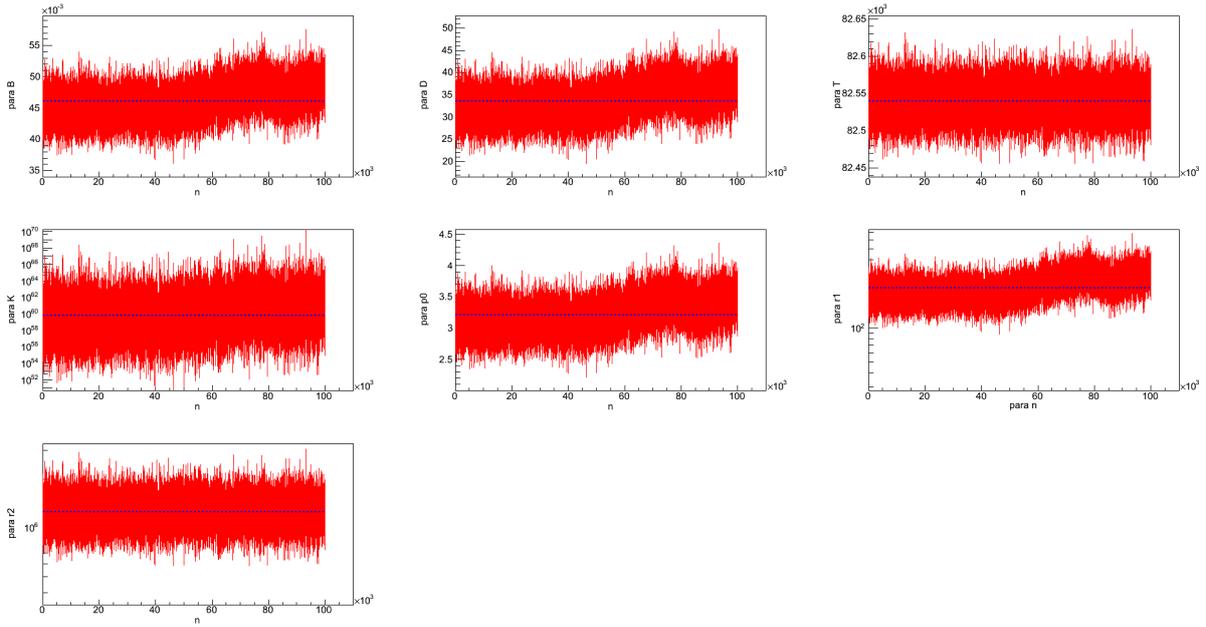


図 4.32: MJD 55230 の T に事前分布を置いた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。中央値に青線を引いている。

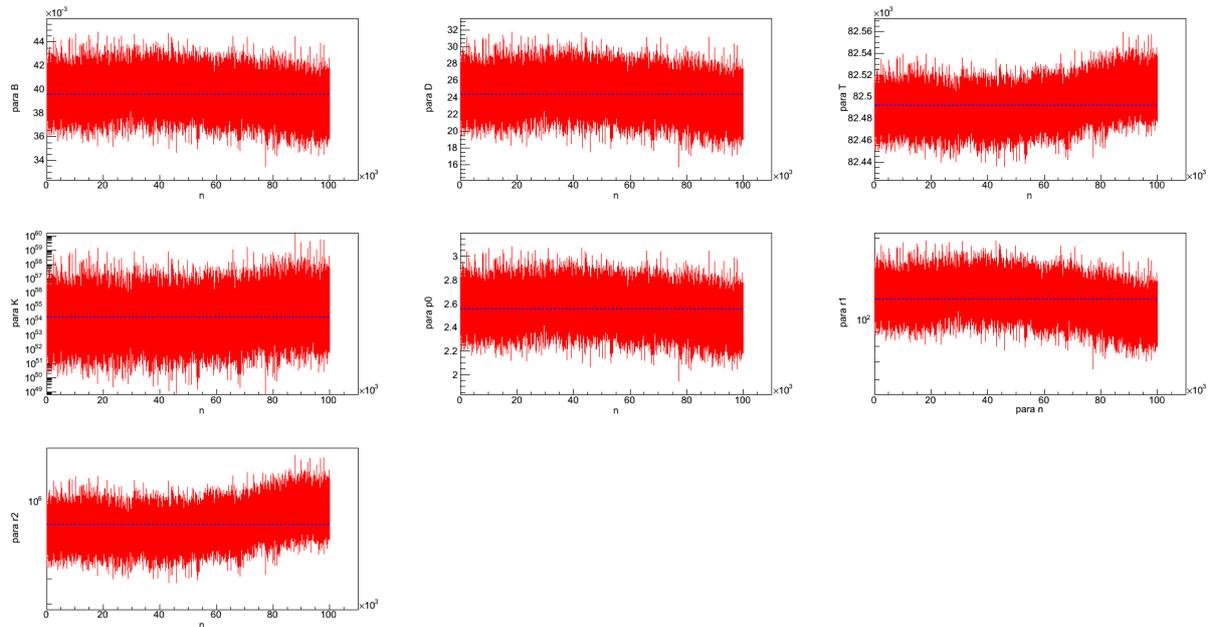


図 4.33: MJD 55252 の T に事前分布を置いた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。中央値に青線を引いている。

これらの図から、 δ_D に事前分布を設定した場合と同様、 T に事前分布を設定した場合も定常分布に収束していないことがわかる。

4.1.6 章でも述べたが、シンクロトン成分の高周波数側のデータ点が少ない場合は、 δ_D と T の両方に事前分布を設定することで収束する可能性がある。図 4.1 と比べて、人工データ Mrk 421 の SED データも図 4.28 と図 4.29 を見ると高周波数側のデータ点が少ないと言えるため、ここでも δ_D と T の両方に事前分布を設定することを考える。4.1.3 節から、事前分布の標準偏差を大きく取って真値付近の確率を高くすることで収束性が改善するため、ここでは $\sigma_{\delta_D} = 20$, $\sigma_T = 1000$ と設定する。トレース図を図 4.34 と図 4.35 にそれぞれ示す。

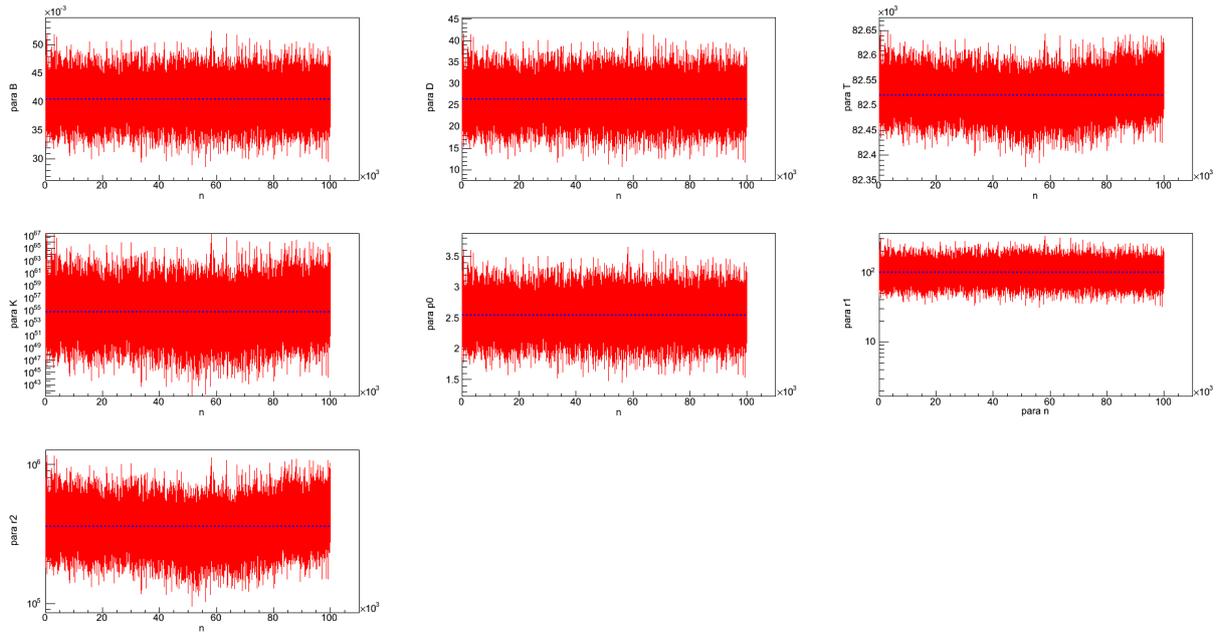


図 4.34: MJD 55230 の δ_D と T に事前分布を置いた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。中央値に青線を引いている。

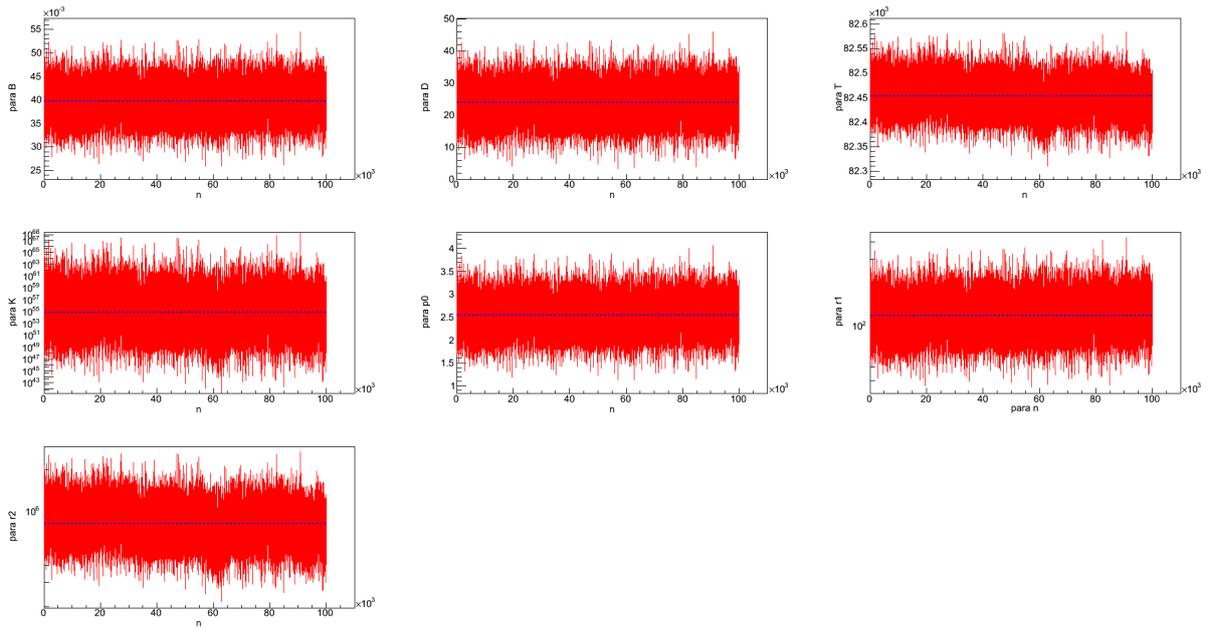


図 4.35: MJD 55252 の δ_D と T に事前分布を置いた場合のトレース図。横軸はステップ数、縦軸は各パラメータの値である。中央値に青線を引いている。

δ_D 及び T のみに事前分布を置いた場合と比べると、収束性が改善されたことが分かる。図 4.34 と図 4.35 の結果に対する事後分布を図 4.36 と図 4.37 に示す。

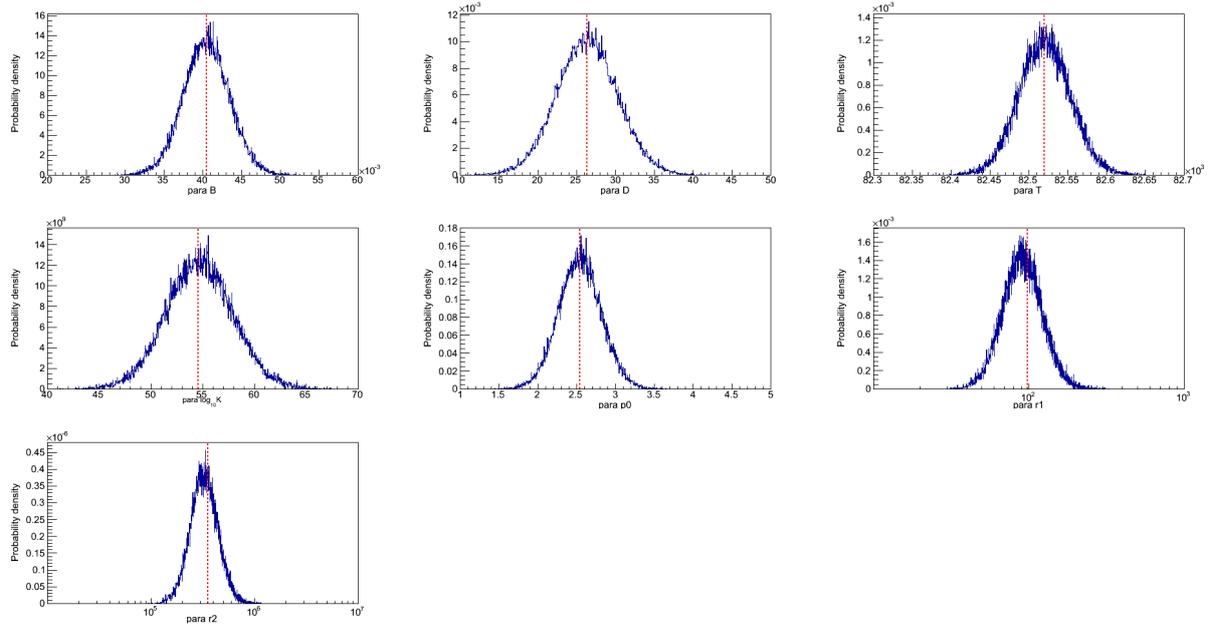


図 4.36: MJD 55230 の δ_D と T に事前分布を置いた場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に赤線を引いている

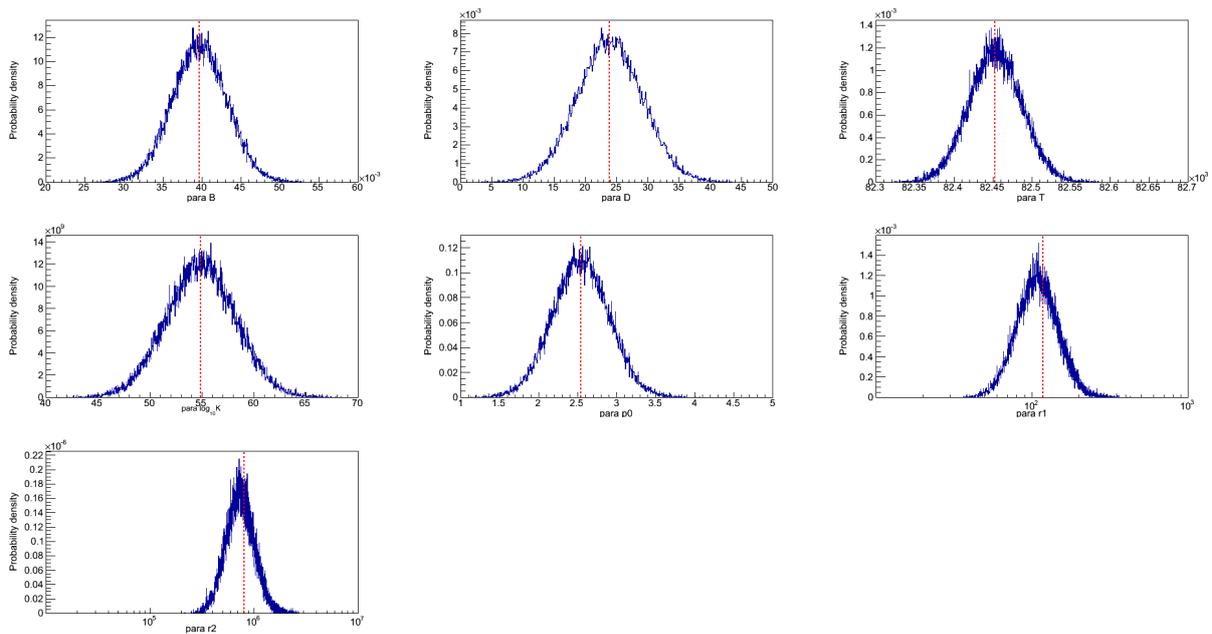


図 4.37: MJD 55252 の δ_D と T に事前分布を置いた場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に赤線を引いている。

以上の結果から人工データの実験と同様に、シンクロトン成分の高周波数側のデータ点が無い場合は、 δ_D 、 T の両方に事前分布を設定することが有効であることが分かった。推定したパラメータより作成したモデルを図 4.38 と図 4.39 に示し、サンプルの中央値と 99 %信頼区間を表 4.9 に示す。

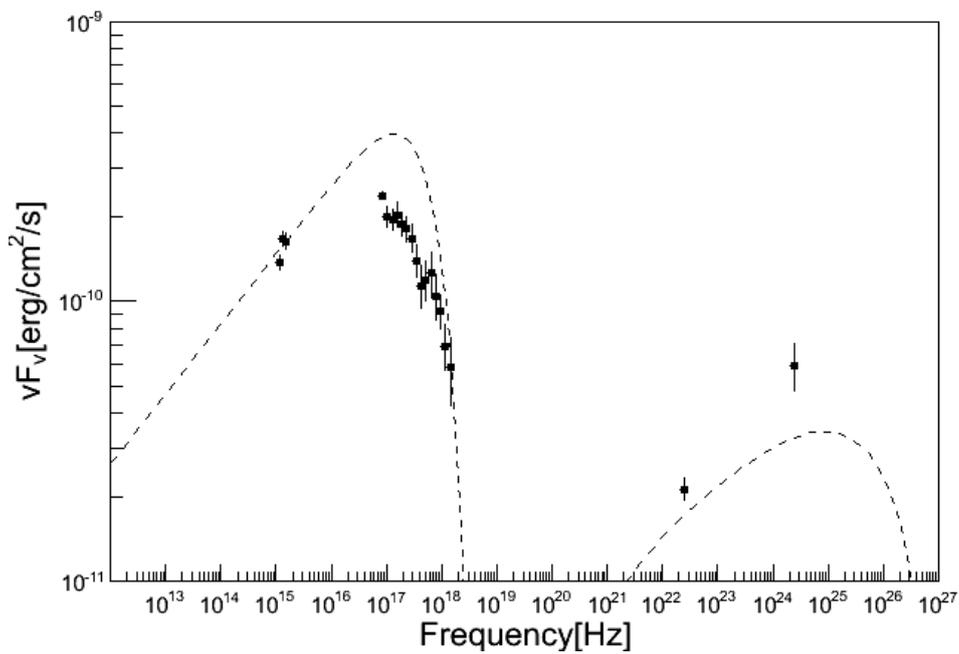


図 4.38: Mrk 421 の MJD 55230 の SED と推定したモデル。 δ_D と T に事前分布を設定している。

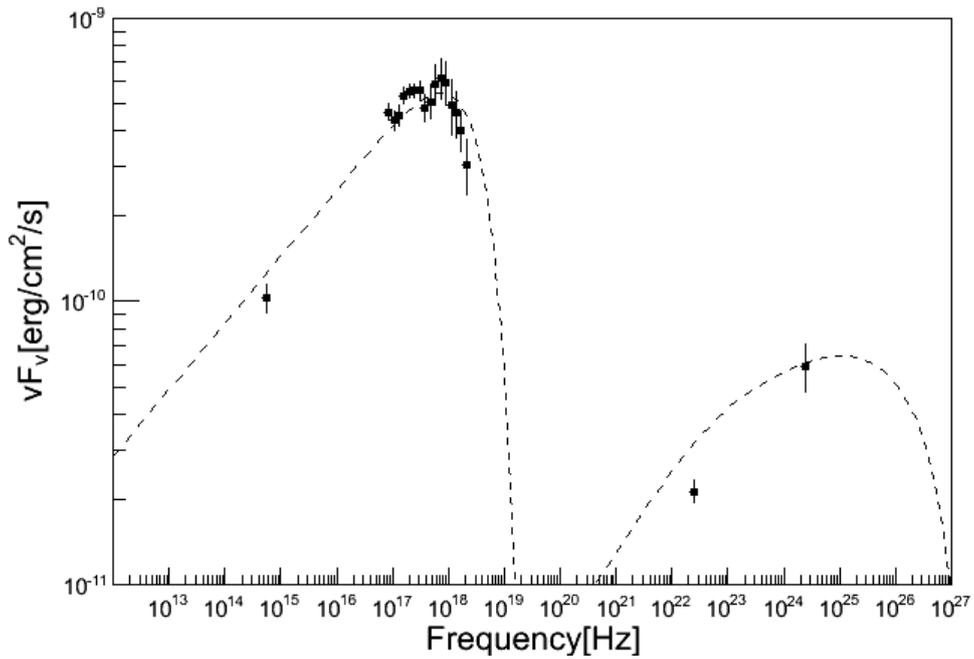


図 4.39: Mrk 421 の MJD 55252 の SED と推定したモデル。 δ_D と T に事前分布を設定している。

パラメータ	MJD 55230 の推定値	MJD 55252 の推定値
磁場 : B	0.040 ± 0.008	0.040 ± 0.009
ドップラー因子 : δ_D	26 ± 9	24 ± 9
タイムスケール : T	82520 ± 90	82450 ± 90
電子標準因子の対数值 : $\log_{10} K$	55 ± 7	55 ± 7
電子スペクトル因子 : p_0	2.5 ± 0.8	2.5 ± 0.8
ローレンツ因子 (最小値) : r_1	100 ± 70	120 ± 70
ローレンツ因子 (最大値) : r_2	$3.5 \pm 0.9 \times 10^5$	$8.1 \pm 0.8 \times 10^5$

表 4.9: MCMC による MJD 55230 と MJD 55252 のパラメータの推定値

表 4.9 から、X 線で暗い時期である MJD 55230 と明るい時期である MJD 55252 では r_2 のみ値が有意に異なり、他のパラメータは両日でほぼ同じ値であることがわかる。 r_2 は MJD 55230 よりも MJD 55252 の方が大きく、このパラメータと X 線光度が相関していることを意味する。図 4.38 と図 4.39 を見ると、MJD 55252 のデータはモデルがよく再現しているが、MJD 55230 のデータに対してはシンクロトロン成分の極大付近で SED 値をモデルが過大評価している。これに関しては 5 章の考察で詳しく議論を行う。両データで SSC 成分のデータとモデルの差が大きいのは、シンクロトロン成分と比べて SSC 成分の観測点が少なく、シンクロトロン成分のデータへの適合度を上げることが優先されたためと考えられる。

4.2.2 Fermi 衛星の解析データを加えたデータのパラメータ推定

先行研究では Fermi 衛星のデータは 2FGL カタログからのデータを使用しているが、ここでは第 2 章で実際に解析した Fermi 衛星のデータと Swift/XRT のデータを用いて、パラメータ推定を行う。MJD 55230 と MJD 55252 のデータを図 4.40 と図 4.41 に示す。

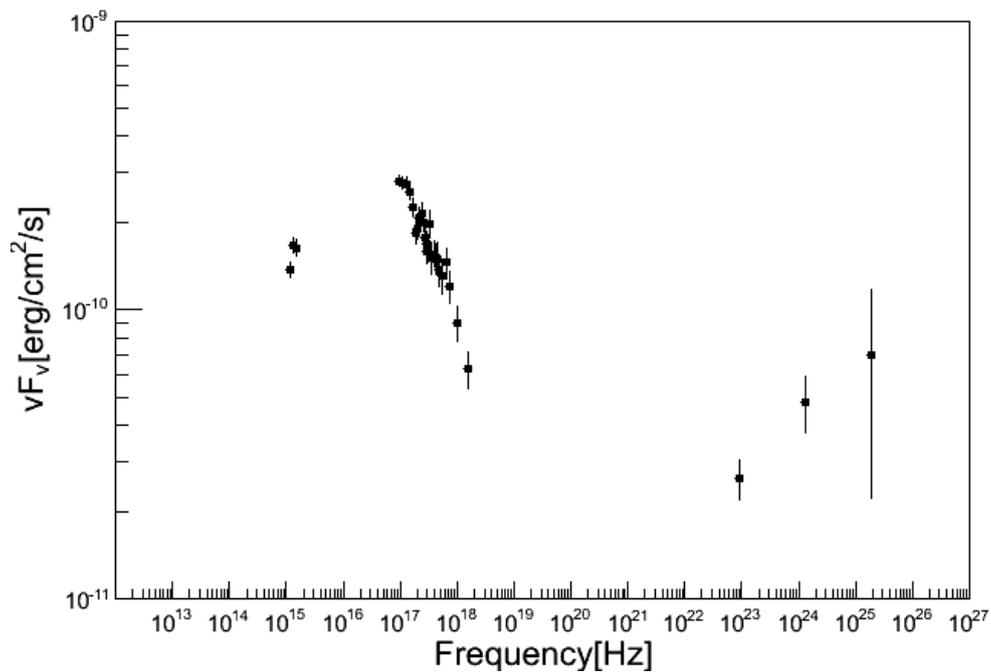


図 4.40: MJD 55230 の SED

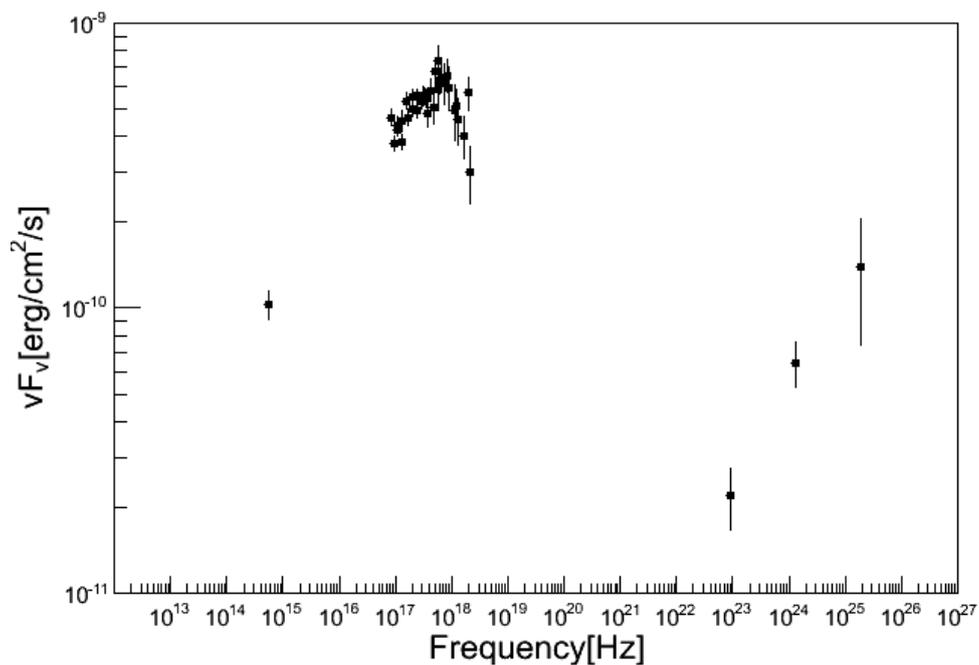


図 4.41: MJD 55252 の SED

前節に倣って、ここでも δ_D と T に事前分布を設定して考える。事前分布は 4.2.1 章の結果から事前分布の標準偏差は $\sigma_{\delta_D}=20$ 、 $\sigma_T=1000$ として実験を行った。トレース図から収束していることを確認したため、この事後分布を図 4.42、4.43 に示す。

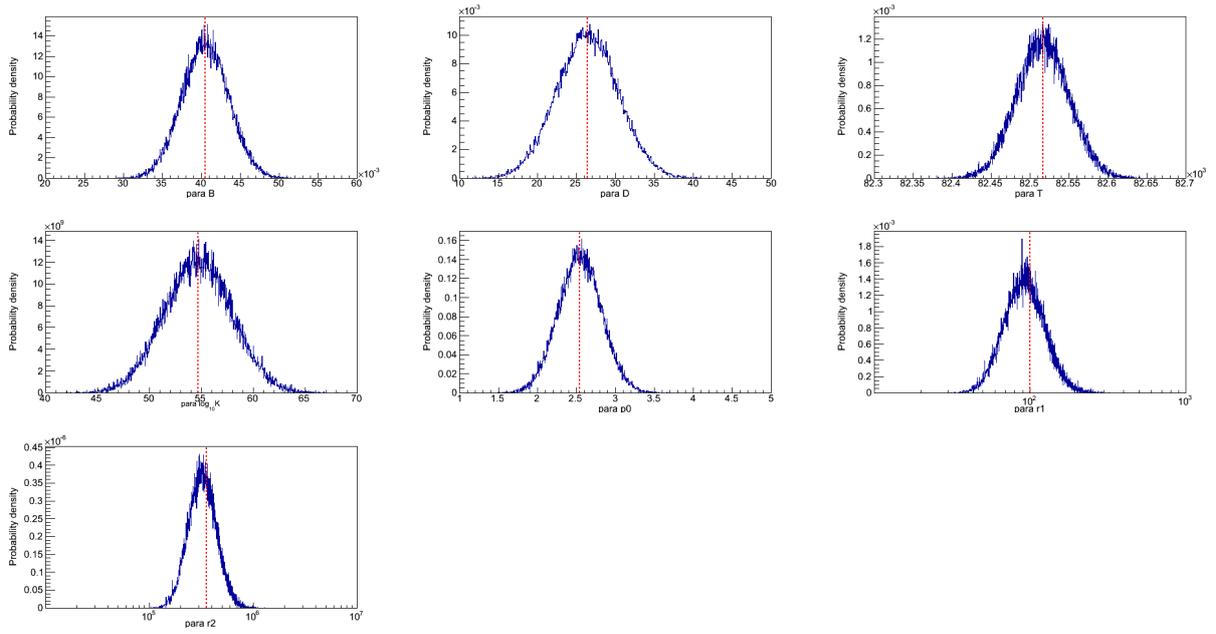


図 4.42: MJD 55230 の δ_D と T に事前分布を置いた場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に赤線を引いている。

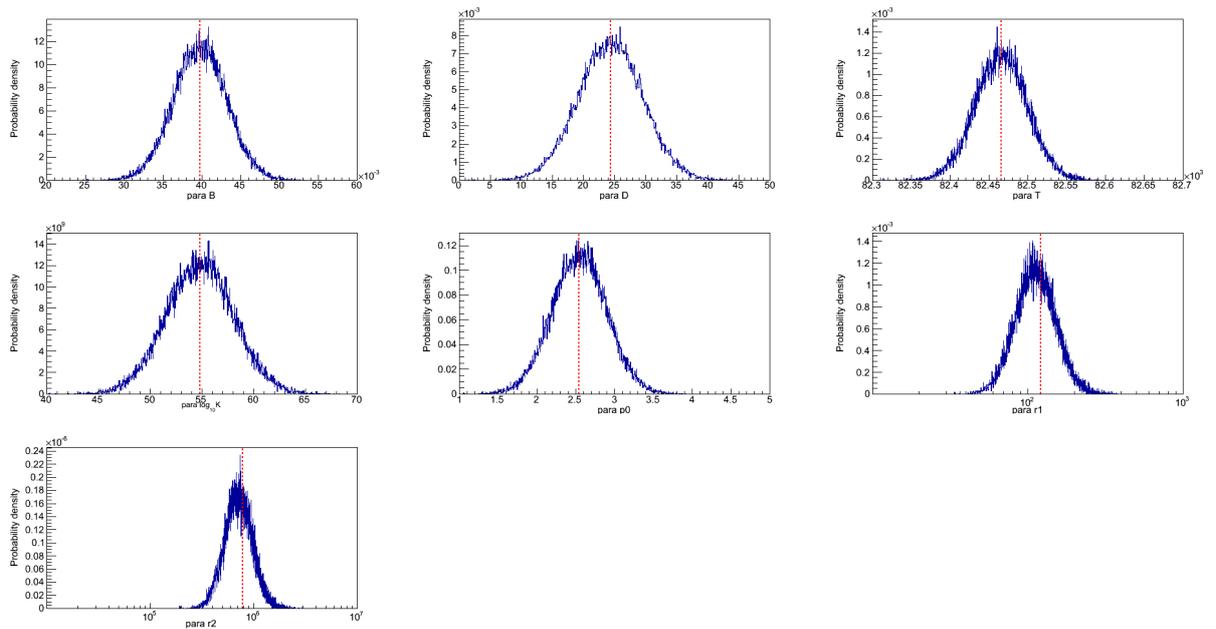


図 4.43: MJD 55252 の δ_D と T に事前分布を置いた場合の事後分布。横軸はパラメータ値、縦軸は事後確率である。中央値に赤線を引いている。

図 4.42、図 4.43 からわかるように、前節と同じく全てのパラメータで単峰の事後分布が得られた。推定したパラメータより作成したモデルを図 4.44 と図 4.45 に示し、サンプルの中央値と 99 %信頼区間を表 4.10 に示す。

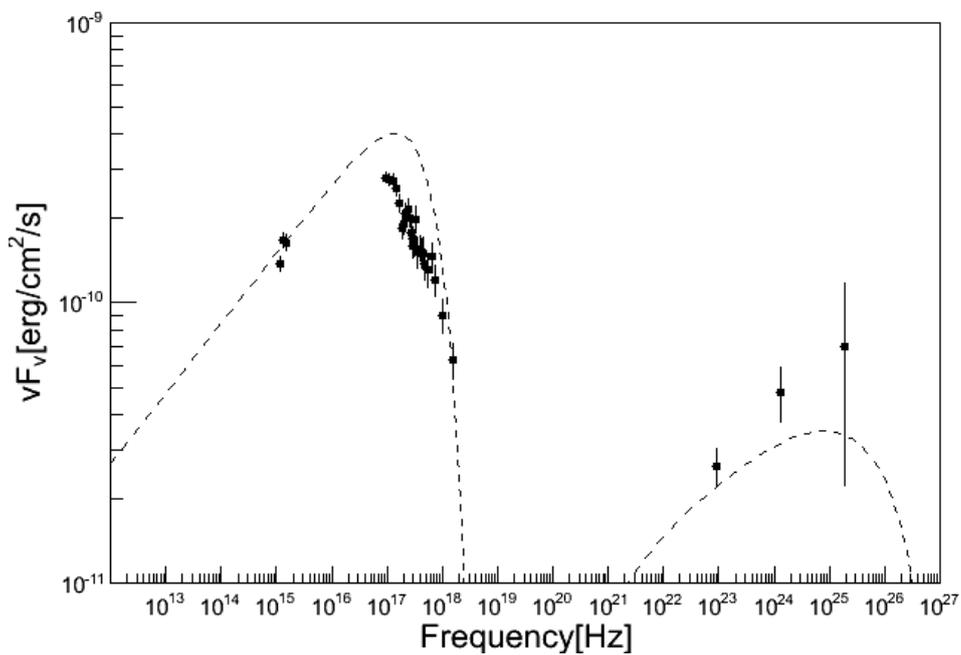


図 4.44: Mrk 421 の MJD 55230 の SED と推定したモデル。 δ_D と T に事前分布を設定している。

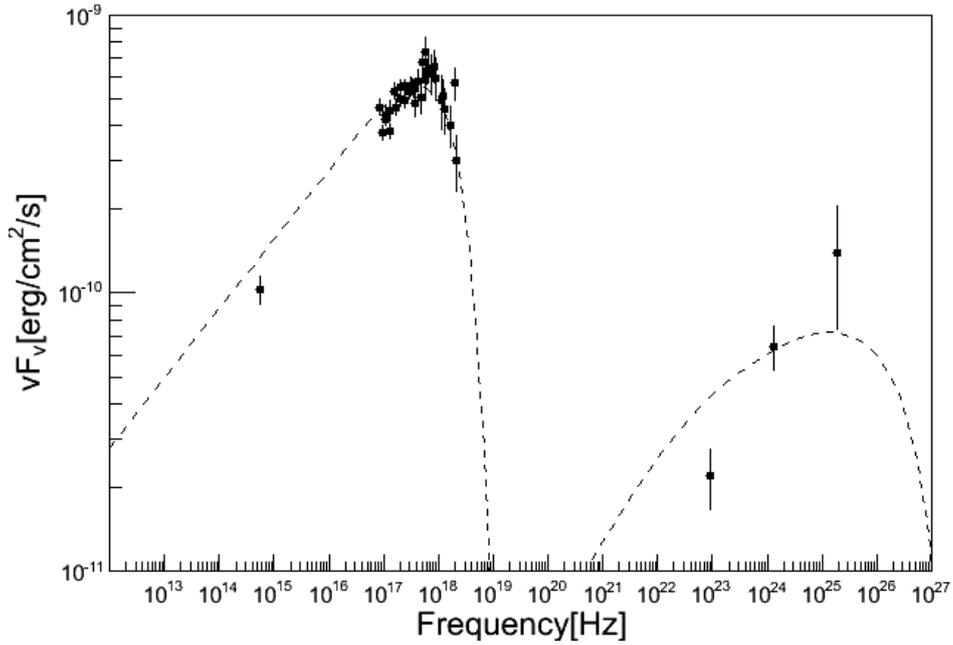


図 4.45: Mrk 421 の MJD 55252 の SED と推定したモデル。 δ_D と T に事前分布を設定している。

パラメータ	MJD 55230 の推定値	MJD 55252 の推定値
磁場 : B	0.040 ± 0.008	0.040 ± 0.009
ドップラー因子 : δ_D	26 ± 9	25 ± 9
タイムスケール : T	82520 ± 80	82460 ± 90
電子標準因子の対数値 : $\log_{10} K$	55 ± 9	55 ± 9
電子スペクトル因子 : p_0	2.5 ± 0.7	2.6 ± 0.8
ローレンツ因子 (最小値) : r_1	100 ± 70	120 ± 70
ローレンツ因子 (最大値) : r_2	$3.5 \pm 0.7 \times 10^5$	$7.9 \pm 0.8 \times 10^5$

表 4.10: MCMC による MJD 55230 と MJD 55252 のパラメータの推定値 (Fermi 衛星の解析データを入れた場合)

MJD 55252 のデータは前節と同じくモデルがデータをよく再現できており、表 4.10 から、X 線で暗い時期である MJD 55230 と明るい時期である MJD 55252 では r_2 のみ値が有意に異なり、他のパラメータは両日でほぼ同じ値であった。また MJD 55230 のデータのシンクロtron成分の極大部分のモデルがデータに合っていない。これに関しても第 5 章で詳しく議論する。

第5章 考察

5.1 電子のローレンツ因子 r_1 、 r_2 について

人工データを用いた解析結果から、ローレンツ因子の最小値 r_1 と最大値 r_2 について議論する。まずパラメータ r_1 は、図 4.1 の人工データを用いた実験 (4.1.2 節—4.1.4 節) では真値よりも高い値で収束していた。 r_1 との相関が大きい (表 4.2) K も真値より中央値が大きく出ていることから、それと相関して r_1 も分布全体が大きな値側に移動したのだと考えられる。また図 4.1 のデータを使った実験で全てこの傾向が見えている一方で、4.1.5 節の図 4.22 に示すノイズが大きいデータでの実験では推定値が真値付近で収束しているという点から、これは人工データに原因があるものだと推測される。作成した人工データはデータ点数が少ないため、乱数で与えたノイズに推定値が強く影響を受けているものと考えられる。

パラメータ r_1 はシンクロトロン成分の低周波数側の観測点によって、また、 r_2 は高周波数側の観測点によって、それぞれ強く制限を受ける。 r_2 の事後分布は他と同様の正規分布の形ではないが、SED のデータが高周波数側に観測点が 3 点、しかも SED 値が低い領域まで存在することによって高い精度で推定されている。この事後分布の形がなぜこのような他では見られない形になっているのかは、本研究では明確な原因が分からなかった。しかし高周波数側にデータが少ない Mrk 421 の場合は r_2 も正規分布的な事後分布をしていることから、人工データ解析での r_2 の事後分布は高周波数側に十分なデータがあるために非常に狭い範囲に r_2 の値が制限されたものと考えられる。

5.2 初期値依存性の考察

4.1.4 章の初期値依存性の実験から、初期値を真値から 30% 以上外すと局所解に捕らわれ、真値に収束するまでに時間を要することが分かった。図 5.1 に真値付近での大局解と、真値から外れた局所解で作成したモデルを示す。

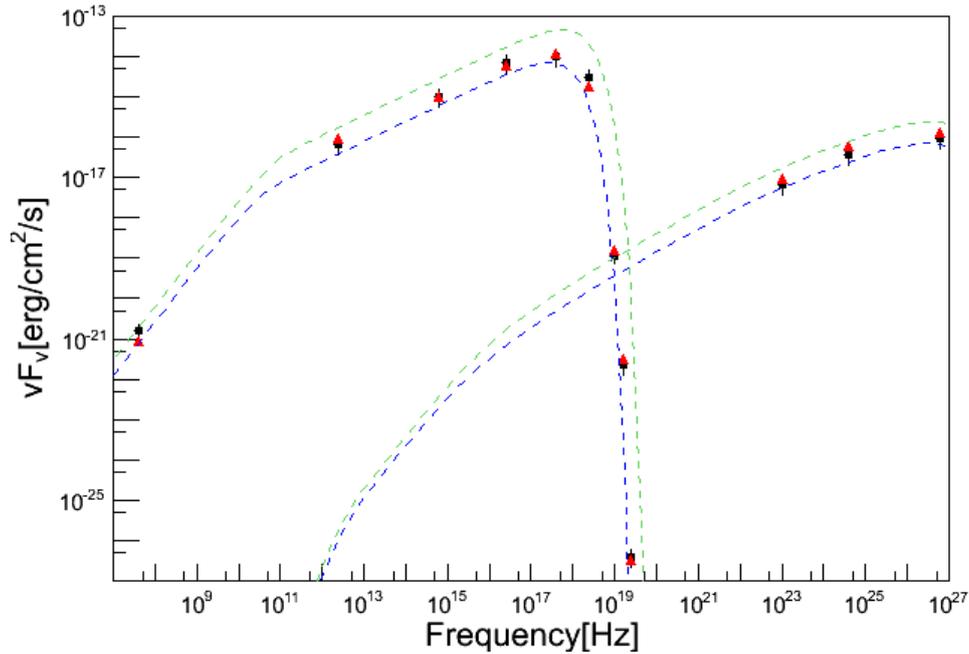


図 5.1: 4.1.4 章大局解と局所解から作成したモデル SED の結果。赤点がノイズを加える前のデータ、黒点がノイズを加えたデータ、青点線が大局解によるモデル、緑点線が局所解によるモデル。

図 5.1 から局所解は大局解と比べてデータに明らかにあっていないので、現実的に考慮する必要がない。MCMC は本来、局所解があるならば初期値に依存せず現れなければならない。4.1.2 章などの初期値を真値から 10—20 % 程度離れた状態に設定した場合の実験において局所解が現れず大局解付近のみの分布が推定できたのは、大局解の確率密度が局所解より大きいため、局所解付近に状態遷移できていないことを示唆する。このことから本研究で用いた適応的メトロポリス法のみでは、パラメータ空間を十分に探索することができていないということが考えられる。そこでこの問題を解決する手段として、交換モンテカルロ法がある。多峰性のある確率分布の場合、MCMC からのサンプリングが正しいものとならないことがあり、それを回避するために用いられる。異なるパラメータを持つ確率分布を考えてそれらを交換していくことで、実際に欲しい対象とする確率分布からのサンプリングを行うことができる。[29] 今後この手法を使用することで、より効率的なパラメータ推定が可能になると考えられる。

5.3 先行研究の検証

5.3.1 先行研究との推定値の比較

4.2 節ではブレーザー Mrk 421 の Itoh, et al. (2015) [7] の SED データを用いた場合と、第 2 章で実際に解析を行った SED データを用いた場合での SED モデルパラメータの推定を行った。多くの先行研究ではいくつかのパラメータ固定し、目で見てモデルを合わせるといった手法も取られてきたため、その値の正当性は明確ではない。よって本研究で求めた推定値との比較を行う。本研究では MCMC で推定するパラメータ

数を最小にするために、電子のエネルギー分布に第 1 章の図 1.7 に示した単一の冪乗分布を使用している。それに対して itoh, et al. (2015) では、折れ曲がりのある冪関数を使用しているため、電子標準因子と電子スペクトル因子は直接的に比較はできないが、その他のパラメータは比較することが可能である。本研究でデータをモデルがよく再現することのできた MJD 55252 のデータで行うことにする。Itoh, et al. (2015) での値と推定結果を表 5.1 に示す。

パラメータ	先行研究の値	先行研究データでの推定値	解析データでの推定値
磁場 : B	0.038(固定値)	0.040 ± 0.009	0.040 ± 0.009
ドップラー因子 : δ_D	21(固定値)	24 ± 9	25 ± 9
タイムスケール : T	82540(固定値)	82450 ± 90	82460 ± 90
電子標準因子の対数値 : $\log_{10} K$	41	55 ± 7	55 ± 9
電子スペクトル因子 0 : p_0	2.4	2.5 ± 0.8	2.6 ± 0.8
電子スペクトル因子 1 : p_1	4.8	—	—
ローレンツ因子 (最小値) : r_1	100	120 ± 70	120 ± 70
ローレンツ因子 (最大値) : r_2	1.0×10^6	$8.1 \pm 0.8 \times 10^5$	$7.9 \pm 0.8 \times 10^5$

MCMC で推定する際、 δ_D は中心値 $\delta_{D,mean} = 21$ 標準偏差 $\sigma_{\delta_D} = 20$ 、 T は中心値 $T_{mean} = 82540$ 標準偏差 $\sigma_T = 1000$ の正規分布を事前分布として設定した。

表 5.1: 先行研究での値と MCMC による MJD 55252 のパラメータの推定値

表 5.1 から推定値を比較すると、 B 、 δ_D 、 r_1 の先行研究で推測された値は MCMC での推定値の信頼区間に含まれている。 T 、 r_2 は信頼区間に先行研究の値は含まれていないが、0.1—20 % 程しか値は変わらない。よって、先行研究で推定されたパラメータ値と MCMC で推定したパラメータ値の傾向は一致しているといえる。また本研究では最適解を推定するだけでなく、推定値の不定性も与えることができるため、これらの値を用いてより信頼性の高い議論が今後は可能となる。

5.3.2 MJD 55230 データの電子エネルギー分布について

次に 4.2.1 節と 4.2.2 節で MJD 55230 の推定したモデルが、シンクロトロン成分での極大付近で SED 値を過大評価していることについて議論する。これは 4.2 節でも述べたが、使用した電子のエネルギー分布である図 1.7 の単一の冪乗分布がこのデータと合っていないことが原因だと考えられる。単一の冪乗分布ではシンクロトロン成分の高周波数側の SED の傾きが一定になるのに対して、MJD 55230 のデータはその傾きがモデルよりも小さい。また、Itoh, et al. (2015) においても単一の冪乗分布を使用すると、例えば δ_D の値が 100 を超えるなどの物理学的に正しくない値になると述べられている。本研究で単一の冪乗分布を使用した理由は、MCMC で推定するパラメータ数を最小にするためであるが、このような SED のデータにも対応するための一つの方法として、Itoh, et al. (2015) でも使用されている、式 (1.17) の折れ曲がりのある冪関数を電子のエネルギー分布に対して用いる方法がある。折れ曲がりのある冪関数を再度式 (5.1) に、図 5.2 に分布を示す。

$$N_e(\gamma) = K_e \times \begin{cases} \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p_0} & (\gamma < \gamma_b) \\ \left(\frac{\gamma}{\gamma_b}\right)^{-p_1} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (5.1)$$

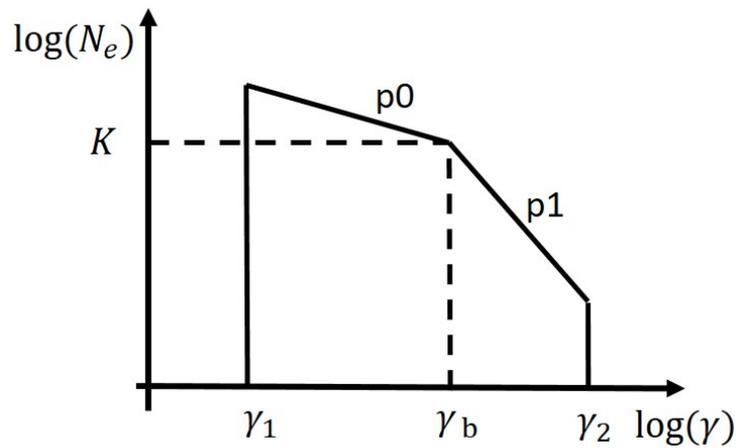


図 5.2: 折れ曲がりのある冪乗分布

式 (5.1) に示す折れ曲がりのある冪関数を使用する場合の SED のモデルパラメータを表 5.2 に示す。

パラメータ	意味
B	磁場
δ_D	ドップラー (ビーミング) 因子
T	タイムスケール
K	電子標準因子
p_0	電子スペクトル因子 (高エネルギー側)
p_1	電子スペクトル因子 (低エネルギー側)
γ_b	折れ曲がり部分のエネルギー
γ_1	ローレンツ因子 (最小値)
γ_2	ローレンツ因子 (最大値)

表 5.2: 電子のエネルギー分布に、折れ曲がりのある冪関数を使用した場合のパラメータ

表 5.2 から分かるように本研究に使用した単一の冪関数の場合と比較して、推定すべきパラメータが 7 つから 2 つ増え 9 つとなる。よって作成した MCMC を実装するプログラムをさらに拡張し、全てのパラメータが収束するように改善する必要がある。現在 7 つのパラメータを収束させるために、 δ_D 及び T に事前分布を設定することが有効であることが本研究で示されたが、9 つになると 2 つのパラメータに事前分布を設定するだけでは新たな局所解に捕らわれ、収束性が落ちる可能性もある。その際は新たな事前分布を

導入するか、5.2節でも示した交換モンテカルロ法を取り入れたプログラムにすることが有効であると考えられる。

5.3.3 電子のエネルギーの上限と X 線光度の関係

Itoh, et al. (2015) では電子のエネルギーの上限 r_2 が大きいほど X 線で明るくなる傾向があり、衝撃波によるエネルギーの注入が考えられると述べられていた。本研究で MCMC を用いて推定した、X 線で暗い MJD 55230 データと明るい MJD 55252 のデータの SED モデルパラメータの値を比較すると、他のパラメータの値はほぼ同じ値であるのに対して、表 5.3 に示すように r_2 の値は MJD 55230 よりも MJD 55252 の方が約 2 倍大きく、不定性を考慮しても r_2 と X 線光度は相関しているということが分かった。このことから、電子のエネルギー分布モデルに違いはあるものの、先行研究の結果の正当性を本研究で独立に検証できたといえる。

	X 線フラックス [$10^{-12}\text{erg cm}^{-2}\text{s}^{-1}$]	ローレンツ因子 (最大値) : r_2
MJD 55230	420 ± 5	$3.5 \pm 0.7 \times 10^5$
MJD 55252	1770 ± 10	$7.9 \pm 0.8 \times 10^5$

表 5.3: MJD 55230 と MJD 55252 の X 線フラックス値と 4.2.2 節での MCMC によるパラメータ r_2 の推定値

5.4 SED のモデルパラメータの解析手順

第 4 章でのさまざまな条件での実験を通して、MCMC を用いて SED のモデルパラメータを推定するために必要な条件や手順をまとめる。SED モデルパラメータはシンクロトロンと SSC モデルの 2 つの制約があるが、モデルの性質的にパラメータのいくつかは独立に決まらない。よって観測によって予測可能なパラメータである δ_D または T に事前分布を設定することが有効である。モデルパラメータ推定を行う SED データはローレンツ因子の最小値 r_1 と最大値 r_2 のそれぞれに対して強く影響する、シンクロトロン成分の低周波数側と高周波数側のデータを含む必要がある。これらのデータが不足している場合、 δ_D と T の両方を観測などから予測できるのであれば、どちらにも事前分布を設定することで推定が可能になる場合がある。事前分布を仮定する際の注意点としては、事前分布を設定するとそのパラメータに制限がかかり、相関のあったパラメータの縮退が解けるが、事前分布の影響は B 、 δ_D 、 T の推定値に大きな影響を及ぼすため、観測からの予測などから慎重に設定する必要がある。

第6章 まとめと今後

ブレーザーの多波長観測による SED から物理量を推定するために、従来はパラメータ数が多いことから全てを独立に決めることはできず、いくつかのパラメータを固定し、SED データにモデルを目で見合わせて推定を行うことが多かった。このため、従来法で定めた固定値の正当性や得られた推定値の不定性まで考慮した上での議論をすることはできなかった。そこで本研究では SED のモデル最適化に MCMC を用いることで、パラメータの最適解とその不定性を推定することに初めて成功した。電子のエネルギー分布に単一の冪乗分布を使用した場合、SED のモデルパラメータは 7 個ある。その中には縮退関係にあるパラメータがあるため、観測から予測可能なパラメータであるドップラー因子 δ_D とタイムスケール T に事前分布を設定することで、パラメータ間の縮退を解き、推定を可能にした。本研究では実際にブレーザー天体である Mrk421 の SwiftX 線衛星/XRT と Fermi ガンマ線衛星の観測データを解析し、多波長 SED のモデルパラメータ推定を行った。人工データによる実験結果を踏まえ、 δ_D 、 T に事前分布を仮定することで、X 線で明るい MJD55252 のデータをモデルがよく再現し、不定性を含んだより信頼性の高いパラメータの推定に成功した。また、この結果から先行研究で述べられていた電子の最高エネルギーと X 線光度が関連することを独立に検証できた。

MCMC はデータが少ない場合や事後分布が多峰型である場合でも対応できるが、本研究で用いた適応的メトロポリス法では局所解も含んだ収束に問題も見られた。より効率的にサンプリングを行うためには交換モンテカルロ法を導入することが有効であると考えられる。また、X 線で暗い MJD55230 のデータに対しては電子のエネルギー分布に使用した単一の冪乗分布がデータに適応できなかったため、シンクロトロン成分の極大付近でモデルが SED 値を過大評価した。あらゆる天体のデータに対応できるようにするためには、折れ曲がりのある冪関数を組み込んだ MCMC プログラムを作成することが必要であり、これは今後の課題である。

謝辞

本研究を進めるにあたって、植村先生には MCMC の基本から実装方法まで丁寧にご指導して頂き、大変お世話になりました。初めてプログラムを作成したこともあり上手くいかないことばかりでしたが、その都度的確なアドバイスを頂き何度も助けられました。本当に感謝しております。深沢先生には Swift 衛星や Fermi 衛星の解析方法に関してや、ブレーザーについてご指導頂きました。心よりお礼申し上げます。この MCMC のプログラムを作成するにあたって、伊藤さんには解析データを使用させていただくだけでなく、度々相談にも乗って頂きました。ありがとうございました。

また河野さん、中岡さん、志岐さん、戸田さんには衛星の解析について一から教えて頂いただけでなく、何度も質問をさせて頂きましたがいつでも丁寧な対応をして下さり非常に感謝しています。さらに研究室の皆様には、いろいろな場面で研究生活を支えて頂きました。本当にありがとうございました。

参考文献

- [1] 小山勝二, 嶺重慎, 2007, ブラックホールと高エネルギー現象, 日本評論社
- [2] Urry, et al., 1995 PASP, 107, 803
- [3] 片岡淳, 2000, X-ray Study of Rapid Variability in TeV Blazars and the Implications on Particle Acceleration in jets, 東京大学博士論文
- [4] 柴田一成, 福江純, 松元亮治, 嶺重慎, 1999 活動する宇宙, 裳華房
- [5] 高原文郎, 2002, 地球と宇宙の物理 4, 岩波書店
- [6] Kubo, H. 1997, PhD thesis University of Tokyo
- [7] itoh et al. 2015, PASJ, 67, 45
- [8] 片岡淳, 2000, X-ray Study of Rapid Variability in TeV Blazars and the Implications on Particle Acceleration in jets, 東京大学博士論文
- [9] Finke et al. 2008, The Astrophysical Journal, 686, 181
- [10] Gould, R. J., & Schreder, G. P. 1967, Phys. Rev., 155, 1404
- [11] Joshi, M., & Bottcher, M. 2007, ApJ, 662, 884
- [12] Abdo, A. A., et al. 2010a, Nature, 463, 919
- [13] Böttcher et al. 2013, The Astrophysical Journal, 768, 54
- [14] 青山学院大学 吉田研究室 Swift, <http://www.yoshida-agu.net/research/swift>
- [15] Burrow et al. 2005, Space Sci Rev, 120, 165
- [16] Swift Catching Gamma-Ray Bursts on the Fly, https://swift.gsfc.nasa.gov/about_swift/xrt_desc.html
- [17] M. Capalbi et al. 2005, The SWIFT XRT Data Reduction Guide
- [18] Mission Operation Center for Swift, <https://www.swift.psu.edu/xrt/software.html>
- [19] Fermi Science Support Center, <https://fermi.gsfc.nasa.gov/>
- [20] Fermi Science Support Center, Overview of the LAT, <https://fermi.gsfc.nasa.gov/ssc/data/analysis/documentation/C>
- [21] The Fermi LAT instrument, <https://www-glast.stanford.edu/instrument.html>

- [22] Metropolis, Nicholas and Rosenbluth, Arianna W and Rosenbluth, Marshall N and Teller, Augusta H and Teller, Edward, 1953, The journal of chemical physics, 21, 6, 1087–1092, AIP Publishing
- [23] 伊藤幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦, 2005, 計算統計マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店
- [24] 適応的マルコフ連鎖モンテカルロ法入門 荒木貴光 科学研究費補助金新学術領域研究「スパースモデリングの深化と高次元データ駆動科学の創成」2016年度チュートリアル 講演会資料
- [25] Robbins, H., Monro, S., 1951. A stochastic approximation method. The Annals of Mathematical Statistics 22, 400-407
- [26] 浦野剛志, 2012, 多波長観測によるガンマ線未同定天体のスペクトル・時間変動解析, 広島大学卒業論文
- [27] Nolan, P.L., et al. 2012, ApJS, 199, 31
- [28] Savolainen, et al. 2010, A&A, 512, A24
- [29] Iba, Yukito, 2001, International Journal of Modern Physics C, 12, 05, 623–656, World Scientific